

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. A) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} \right)^{n^3}.$$

- B) Calcolare, al variare del parametro reale α ,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha \left(\sqrt{n^4 + 1} - n^2 \right)$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = (x - 2)^2 e^{2x}.$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali, concavità e convessità, punti di flesso. Disegnare un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 + 1}{3^n + n^2}.$$

4. Stabilire, utilizzando un opportuno criterio di convergenza, se il seguente integrale generalizzato converge e in caso affermativo calcolarlo mediante la definizione

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2 + 3)^{5/2}} dx.$$