

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Stabilire per quali valori dei parametri reali a e b la seguente funzione è continua in $x = 0$ e per quali è derivabile in $x = 0$

$$f_{a,b}(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax^2} - 1}{x^2} & x < 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{\log(1 + bx^2)}{x} & x > 0 \end{cases}$$

2. Sia data la funzione $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-2}}$.

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali, concavità e convessità. Disegnare quindi un grafico approssimativo della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie seguente al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3-x)^n}{n^2}.$$

4. Studiare la convergenza del seguente integrale generalizzato e, in caso converga, calcolarlo

$$\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{\log x}} dx.$$