

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

### Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1.

A) Calcolare il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^x$ .

B) Calcolare la derivata di  $f(x) = \log(1 + \sqrt{x^2 + 1})$ .

2. Sia data la funzione  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-2}}$ .

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali. Non è richiesto lo studio della concavità/convessità. **Determinare e classificare in particolare gli eventuali punti di non derivabilità.** Disegnare quindi un grafico approssimativo della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Studiare la convergenza della serie seguente al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{n\alpha} - 1}{n^2}.$$

4. Calcolare i seguenti integrali

$$A = \int (\sin x)^3 (\cos x)^2 dx, \quad B = \int_0^\pi \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \cos(x) dx.$$