

**Parte A**

**Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti**

1. Determinare la più semplice successione asintotica a

$$a_n = \frac{\log\left(\cos\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)\left(e^{\frac{n+1}{n}} - e\right)}{\sqrt[4]{n^4 + n} - n}.$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = e^{\frac{1}{2-x}} \frac{1}{x-2}.$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali. Non è richiesto lo studio della convessità. Inoltre

a. calcolare  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f'(x)$

b. disegnare un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{3n} n!}{(2n+1)!}.$$

4. Calcolare il seguente integrale

$$\int x^2 \arctan(2x) dx$$