

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x + x^2} - \sqrt{1 + \sin x}}{x}$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 1} \right).$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali. Non è richiesto lo studio della convessità. Disegnare infine un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Stabilire se la seguente serie converge e, in caso affermativo, calcolarne la somma

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^{n+1}}{3^n}.$$

4. Stabilire se il seguente integrale generalizzato converge

$$\int_1^{+\infty} \left(\sqrt{x^3 + x} - x^{3/2} \right) dx$$