

Parte A

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Determinare la formula di Taylor al secondo ordine centrata in $x_0 = 1$ con resto in forma di Peano della funzione

$$f(x) = (1 + \log x)^x.$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = 3e^x(2x^2 + x + 1).$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo sia locali che globali. Non è richiesto lo studio della convessità. Disegnare poi un grafico probabile della funzione in base alle informazioni ottenute.

3. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\log n}{n^3}.$$

4. Stabilire usando un opportuno criterio di convergenza se il seguente integrale generalizzato converge ed in caso affermativo calcolarlo mediante la definizione.

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$