

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

Qualunque affermazione non adeguatamente giustificata non sarà presa in considerazione.

1. (7 pt.) Sia data la funzione

$$f(x) = \log^2(2x).$$

- (a) Calcolare tramite la definizione $f'(1)$ senza utilizzare il teorema di de l'Hôpital;
(b) ritrovare il risultato ottenuto al punto precedente tramite le usuali regole di calcolo.

2. (7 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x+1}{x}\right).$$

Si richiedono, nello specifico, il dominio di esistenza, eventuali simmetrie, segno, limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, crescere e decrescere, estremanti locali, convessità e concavità, punti di flesso. Classificare in particolare gli eventuali punti di discontinuità. Disegnare poi un grafico della funzione compatibile con tutte le informazioni trovate.

3. (7 pt.) Sia dato il seguente integrale generalizzato:

$$\int_1^e \frac{1}{x\sqrt{\log x}} dx.$$

- (a) verificare tramite un criterio che tale integrale converge;
(b) calcolarlo poi tramite la definizione.

4. (6 pt.) Si considerino le successioni

$$a_n = n \log n, \quad b_n = \sqrt{n} \log n, \quad c_n = e^{\frac{1}{n}} \log n, \quad d_n = n \log\left(1 + e^{\frac{1}{n}}\right).$$

- (a) Per ognuna di esse determinare (se possibile) la più semplice successione asintotica;
(b) disporre poi le successioni a_n , b_n , c_n e d_n in ordine crescente di infinito giustificando opportunamente la propria disposizione.

5. (6 pt.) Studiare la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{e^{n^2-n}}.$$