

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

Qualunque affermazione non adeguatamente giustificata non sarà presa in considerazione.

1. (7 pt.) Sia

$$a_n = \frac{(\log(1 + e^{2n}))^2 \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{\log(n)}.$$

- (a) Determinare la più semplice successione asintotica ad a_n .
- (b) Determinare il $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- (c) Stabilire se a_n è di ordine superiore, inferiore, di ugual ordine o di ordine non confrontabile rispetto alla successione

$$b_n = n \log(n).$$

2. (7 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \log(x^2 + 3) + \frac{1}{2}x.$$

Si richiedono, nello specifico, il dominio di esistenza, eventuali simmetrie, limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, crescere e decrescere, estremanti locali, convessità e concavità, punti di flesso. **Non è richiesto lo studio del segno né degli zeri della funzione.** Sapendo poi che $f(-1) > 0$, disegnare un grafico compatibile con le informazioni trovate.

3. (7 pt.) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x^3 + 5x^2 + 11x + 5}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

4. (6 pt.) Determinare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2) - x^2 - x^4}{x^2 \sin(x) \cos(x^3)}.$$

5. (6 pt.) Studiare la convergenza assoluta e la convergenza semplice della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+2}{n^2 + 2n + 6}.$$