

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_ Corso di studi \_\_\_\_\_

**Qualunque affermazione non adeguatamente giustificata non sarà presa in considerazione.**

1. (7 pt.) Sia

$$a_n = \frac{\log(e^{3n} - e^n) \log(n)}{(\log(1 + \sqrt[3]{n}))^3}.$$

(a) Determinare la più semplice successione asintotica ad  $a_n$ .

(b) Determinare il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ .

(c) Stabilire se  $a_n$  è di ordine superiore, inferiore, di ugual ordine o di ordine non confrontabile rispetto alla successione

$$b_n = \sqrt{n}.$$

2. (7 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \log(x^2 + 2) + \frac{2}{3}x.$$

Si richiedono, nello specifico, il dominio di esistenza, eventuali simmetrie, limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, crescere e decrescere, estremanti locali, convessità e concavità, punti di flesso. **Non è richiesto lo studio del segno né degli zeri della funzione.** Sapendo poi che  $f(-1) > 0$ , disegnare un grafico compatibile con le informazioni trovate.

3. (7 pt.) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int \frac{x^3 + 4x^2 + 8x + 4}{x^2 + 2x + 2} dx.$$

4. (6 pt.) Determinare il

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2 - \frac{x^4}{2}}{x \sin(x^2) \cos(x^3)}.$$

5. (6 pt.) Studiare la convergenza assoluta e la convergenza semplice della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{2n + 4}{n^2 + 2n + 2}.$$