Università degli Studi di Bergamo — Scuola di Ingegneria
Analisi Matematica I — Tema del 17/01/2020 - Versione 5

Cognome e Nome ______________________________ Matr. ____________ Corso di studi ____________

Intendo sostenere la prova di teoria nell'appello di GENNAIO ☐

1. (9 pt.) Si consideri la funzione
$$f(x) = e^{-x}(3 - \sin x)$$
   a) Studiare la funzione f (insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, derivata prima, crescere e decrescere, punti di massimo e di minimo, eventuali punti di non derivabilità, **non è richiesto lo studio della derivata seconda**) e disegnarne un grafico approssimativo in base alle informazioni ottenute.
   b) Calcolare tramite la definizione l'integrale generalizzato
$$\int_{\pi}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

2. (6 pt.) Stabilire il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3^n + 2^n}{3^n - 2^n} - 1 \right).$$

3. (6 pt.) **Giustificando le proprie affermazioni,** determinare la più semplice successione asintotica alla seguente
$$a_n = (n+2)^3 \left(\log(n^2+1) - 2\log(n)\right) \left(1 + \frac{1}{(2n+1)^2}\right)^n.$$

4. (6 pt.)
   a) Determinare per quali valori dei parametri $a \in \mathbb{R}$ e $b > 0$ la funzione
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - b + 1 & \text{per } x \le 0 \\ \log(1 + bx) & \text{per } x > 0 \end{cases}$$
   è continua nel punto $x_0 = 0$.
   b) Determinare poi i valori dei parametri $a \in \mathbb{R}$ e $b > 0$ per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

5. (6 pt.) Data la funzione
$$f(x) = (\alpha - 2x)e^{\beta x}$$
determinare i valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ affinché scrivendo lo sviluppo di Taylor centrato in $x_0 = 0$ con resto secondo Peano della funzione $f(x)$ si abbia
$$f(x) = -2 - 6x - 8x^2 + o\left(x^2\right), \ x \to 0.$$