

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

Intendo sostenere la prova di teoria nell'appello di GENNAIO

1. (9 pt.) Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x(2 - \cos x)$$

a) Studiare la funzione f (insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, derivata prima, crescere e decrescere, punti di massimo e di minimo, eventuali punti di non derivabilità, **non è richiesto lo studio della derivata seconda**) e disegnarne un grafico approssimativo in base alle informazioni ottenute.

b) Calcolare tramite la definizione l'integrale generalizzato

$$\int_{-\infty}^0 f(x) dx.$$

2. (6 pt.) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3\sqrt{n^2 - 1}}{2n + \sqrt{n^2 - 1}} \right).$$

3. (6 pt.) **Giustificando le proprie affermazioni**, determinare la più semplice successione asintotica alla seguente

$$a_n = \frac{(\log(n^2 - 1) - \log(n^2 + 2))(n + 2)^2}{\sin^2(n^{-2})}.$$

4. (6 pt.)

a) Determinare per quali valori dei parametri reali a e b la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + (a + b)x - b & \text{per } x \leq 0 \\ \arcsin(x) & \text{per } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x_0 = 0$.

b) Determinare poi i valori dei parametri reali a e b per i quali la funzione f è derivabile in $x_0 = 0$.

5. (6 pt.) Data la funzione

$$f(x) = (\alpha - 2x)e^{\beta x}$$

determinare i valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ affinché scrivendo lo sviluppo di Taylor centrato in $x_0 = 0$ con resto secondo Peano della funzione $f(x)$ si abbia

$$f(x) = 3 + 7x + \frac{15}{2}x^2 + o(x^2), \quad x \rightarrow 0.$$