

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (5 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \log(x^3 - 2x).$$

Determinare in particolare: insieme di definizione, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, derivata prima e derivata seconda, crescere e decrescere, concavità e convessità, punti di massimo e di minimo, punti di flesso. Disegnarne un grafico approssimativo.

N.B.: non è richiesto lo studio del segno della funzione.

2. (a) (2 pt.) Stabilire il carattere della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n^2)}{n^{3/2}}.$$

- (b) (3 pt.) Stabilire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge e, se possibile, calcolarne la somma:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(a-3)^n}{5^n}.$$

3. (5 pt.) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi^2} \sqrt{x} \sin(\sqrt{x}) dx.$$

4. (5 pt.) Dare la definizione di *funzione continua* in un punto e in un intervallo. Classificare i vari tipi di discontinuità, fornendo un esempio per ogni caso.
5. (5 pt.) Dare la definizione di *funzione integrabile* su un intervallo $[a, b]$, e di *integrale* di una tale funzione sull'intervallo $[a, b]$.