

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (4 pt.) Studiare la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x+3}{x-2}\right).$$

Determinare in particolare: insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, derivata prima e derivata seconda, crescere e decrescere, concavità e convessità, punti di massimo e di minimo, punti di flesso. Disegnarne un grafico approssimativo.

2. (5 pt.) Sia data la seguente serie con parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{(n^\alpha)} - 1}{n^{\alpha+2}}$$

- (a) Determinarne il carattere per $\alpha = 3$
(b) Determinarne il carattere per $\alpha = -2$
(c) Determinarne il carattere in tutti i casi $\alpha > 0$, $\alpha = 0$, $\alpha < 0$.
3. (5 pt.) Stabilire con un opportuno criterio la convergenza del seguente integrale generalizzato e, in caso positivo, calcolarlo

$$\int_{2/\pi}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

4. (5 pt.) Sia $\varepsilon(x)$ una funzione infinitesima per $x \rightarrow c \in \mathbb{R}$. Fornire tutti i limiti notevoli utilizzando $\varepsilon(x)$ come funzione infinitesima e dimostrarne almeno uno.
5. (5 pt.) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.