

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_ Corso di studi \_\_\_\_\_

1. (6 pt.) Sia data la funzione  $f(x) = e^{\sqrt[3]{(x+1)(x+\frac{1}{2})}} - 1$ .
- (a) Determinare il campo di esistenza di  $f$ , il segno e gli eventuali zeri. Determinare poi (se esistono) eventuali asintoti.
  - (b) Determinare il comportamento asintotico di  $f$  negli zeri.
  - (c) Studiare la derivata prima di  $f$  precisando i punti di non derivabilità.
  - (d) Disegnare un grafico della funzione  $f$  compatibile con le informazioni ottenute ai punti precedenti.

2. (a) (2 pt.) Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} 3^{n+1}}{n!}$$

- (b) (2 pt.) Discutere la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+3}{n^2+7n+15}$$

3. (a) (2 pt.) Stabilire tramite l'applicazione di un opportuno criterio se converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_0^3 \frac{e^{3-x} - 1}{(x^2 - 6x + 9)^3} dx$$

- (b) (2 pt.) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{1}{x^2 + x + 2} dx$$

4. (5 pt.) Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno per successioni nelle sue due varianti.
5. (5 pt.) Discutere le implicazioni esistenti tra derivabilità e continuità di una funzione. Dimostrare le eventuali implicazioni vere e fornire un controesempio di eventuali implicazioni false.