

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (6 pt.) Sia data la funzione $f(x) = 1 - e^{\sqrt[3]{(x-1)(x-\frac{1}{2})}}$.
- (a) Determinare il campo di esistenza di f , il segno e gli eventuali zeri. Determinare poi (se esistono) eventuali asintoti.
 - (b) Determinare il comportamento asintotico di f negli zeri.
 - (c) Studiare la derivata prima di f precisando i punti di non derivabilità.
 - (d) Disegnare un grafico della funzione f compatibile con le informazioni ottenute ai punti precedenti.

2. (a) (2 pt.) Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \sin \left(\frac{1}{e^n} \right) \right)$$

- (b) (2 pt.) Discutere la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+2}{n^2+6n+10}$$

3. (a) (2 pt.) Stabilire tramite l'applicazione di un opportuno criterio se converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_2^{+\infty} \frac{\sqrt{x+5} e^{x^2}}{x^3-1} dx$$

- (b) (2 pt.) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{5x-2}{x^2-5x+4} dx$$

4. (5 pt.) Enunciare e dimostrare il teorema del confronto per successioni convergenti (o teorema dei Carabinieri). Fornire poi un esempio di applicazione.
5. (5 pt.) Enunciare e dimostrare il teorema sulla caratterizzazione della convessità tramite la monotonia della derivata prima.