

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (4 pt) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\sqrt{n^2 - n^2 \sin \frac{1}{n}} - n \right]$$

2. (5 pt) Usando un opportuno criterio stabilire se converge il seguente integrale generalizzato

$$\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{1 - \log(x)}}.$$

In caso affermativo calcolarne il valore.

3. (5 pt) Si consideri la seguente funzione goniometrica

$$f(x) = \sin x - (\sin x)^2.$$

- Determinare il suo campo di esistenza e verificare che f è periodica di periodo 2π .
 - Studiare la funzione f ristretta all'intervallo chiuso $[-\pi, \pi]$. Non è necessario lo studio della derivata seconda.
 - Determinare il polinomio di Taylor di grado 2 di f centrato nel punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$ e disegnarne un grafico locale intorno al punto x_0 .
 - Disegnare il grafico della funzione f su $[-\pi, \pi]$ ottenuto in base alle informazioni trovate ai punti precedenti.
4. (5 pt) Enunciare i criteri di convergenza per serie numeriche a termini positivi e fornire un esempio di applicazione per ciascuno di essi.
5. (5 pt) Enunciare e dimostrare il *test di monotonia* per funzioni derivabili.