

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. (a) (2 pts) Determinare il carattere della serie seguente

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{k^3 + k} - \sqrt{k^3 - k} \right)$$

- (b) (3 pts) Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_0^1 (2x - 3x^2) \arctan x \, dx$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = x \log x.$$

- (a) (2 pts) Determinare la **formula** di Taylor di ordine 2 centrata in $x_0 = 1$ con resto sia in forma di Peano che in forma di Lagrange della funzione f .

- (b) (2 pts) Verificare esplicitamente la validità del teorema sull'ordine di annullamento del resto in forma di Peano.

3. (5 pts) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{x+1}}.$$

Determinare in particolare: insieme di definizione, segno, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti, derivata prima e derivata seconda, crescere e decrescere, concavità e convessità, punti di massimo e di minimo. Determinare l'equazione della retta tangente al grafico della funzione nel punto $\left(\frac{5}{4}, f\left(\frac{5}{4}\right)\right)$.

4. (5 pts) Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza del limite per successioni monotone.
5. (5 pts) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.