

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{x + 2 - 3\sqrt{x}}.$$

- (a) (3 pts) Determinare il campo di esistenza, il segno e gli eventuali asintoti di f .
- (b) (1 pts) Studiare il crescere ed il decrescere di f .
- (c) (1 pts) Determinare una espressione asintotica per la funzione per $x \rightarrow +\infty$ e discutere la convergenza dell'integrale generalizzato

$$\int_{10}^{+\infty} f(x) dx.$$

- (d) (1 pts) Sulla base delle informazioni ottenute nei punti a) e b) tracciare un grafico qualitativo di f .
2. Determinare il carattere (convergenza semplice e/o assoluta) delle serie seguenti

(a) (2 pts) $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k-1}{k^2+k+2}$

(b) (2 pts) $\sum_{k=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{k}}\right)^{k^2}$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = (\log(3x-1))^3.$$

- (a) (3 pts) Calcolare con la definizione la derivata di f in $x_0 = 1$ (senza utilizzare il teorema di de L'Hôpital).
 - (b) (1 pts) Verificare poi il risultato ottenuto tramite le usuali regole di derivazione.
4. (5 pts) Fornire la definizione di asintoto orizzontale, verticale ed obliquo per una funzione di variabile reale. Per ogni definizione, fornire anche un esempio.
5. (5 pts) Enunciare e dimostrare il teorema che fornisce una condizione necessaria per la convergenza di una serie. La condizione è anche sufficiente? Argomentare esaurientemente la propria risposta.