

Cognome e Nome _____ Matr. _____ Corso di studi _____

1. Calcolare il seguenti limiti:

(a) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n} - \sin(n)}{n - \cos(\log(n))}$$

(b) (2 pt.)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

2. (a) (2 pt.) Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{(n^2)}}{n!}.$$

(b) (2 pt.) Utilizzando la definizione, stabilire se il seguente integrale generalizzato converge ed in caso affermativo determinarne il valore.

$$\int_0^1 (2 + x^3) \log(x) dx$$

3. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x - x^2 - |x|^3}.$$

(a) (2 pt.) Determinare il campo di esistenza e gli zeri.

(b) (2 pt.) Determinare (se esistono) eventuali asintoti obliqui.

(c) (2 pt.) Determinare il polinomio di Taylor di f di grado 2 centrato in $x_0 = 1$ e scrivere poi la formula di Taylor del secondo ordine centrata in $x_0 = 1$ con resto di Peano.

4. (5 pt.) Enunciare la caratterizzazione della convessità tramite la monotonia della derivata prima. Dimostrare poi una sola (a scelta) delle due implicazioni.

5. (5 pt.) Enunciare un teorema di permanenza del segno per successioni e dimostrarlo.