

**Prima prova in itinere - Parte A**

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

**Gli esercizi valgono 11 punti ciascuno per un totale di 33 punti**

1. Si consideri la successione  $a_n = \log\left(2 + \frac{1}{n^2}\right)$ .
- La successione è limitata?
  - La successione è monotona?
  - Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$  e verificarlo con la definizione.

Giustificare le proprie risposte.

2. Determinare la più semplice successione asintotica a ciascuna delle seguenti:

$$a_n = e^{n^2 + \frac{1}{n}} - e^{n^2 - \frac{1}{n}}$$

$$b_n = \log n + \sin n$$

$$c_n = \sqrt[5]{n^3 + n} - n^{\frac{3}{5}}$$

Dedurre poi il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(e^{n^2 + \frac{1}{n}} - e^{n^2 - \frac{1}{n}}\right) (\log n + \sin n)}{\left(\sqrt[5]{n^3 + n} - n^{\frac{3}{5}}\right)}$$

3. Determinare il carattere delle seguenti serie. Per quelle a segno variabile, discutere la convergenza semplice e quella assoluta.

$$A) \sum_{n=0}^{+\infty} (1 - \cos(e^{-n}))$$

$$B) \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2+1}$$