

Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

1. Determinare il carattere delle seguenti serie. Se necessario, distinguere tra convergenza semplice e convergenza assoluta.

(i) [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! + 4}{\log n + \pi^n}.$$

(ii) [3 punti]

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2 + 3}{3^n + n}.$$

(iii) [4 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n} + \log(n^2)}.$$

(iv) [4 punti] Determinare il carattere della seguente serie al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. Se necessario distinguere tra convergenza semplice e convergenza assoluta.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^\alpha}{\sqrt{n}}.$$

2. Calcolare i seguenti limiti.

(i) [4 punti]

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos(n) + n^2 - \log(n) + \pi^n}{3\pi^n + n^5}.$$

(ii) [5 punti]

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin((\log n + 1)e^{-n})(1 + e^{n+1})}{2 \log n}.$$

(iii) [5 punti]

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \pi n^{\frac{7}{2}} (e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1) ((1 + n^{-3})^{\frac{1}{4}} - 1).$$

3. [5 punti] Stabilire se il seguente sottoinsieme di $\mathbb{R}$ è limitato superiormente, limitato inferiormente e determinare l'eventuale estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = \frac{5n + 2}{5n - 1}, n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

Giustificare le proprie risposte.