

**Prova completa - Parte A**

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

**Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti**

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(e^{2x} - e^2) \log(x)}{\sin^2(\pi x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{1/x^2}.$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = e^{(x+1)/x^3}.$$

Fornire uno studio completo della funzione (non è necessario studiare il segno della derivata seconda) e disegnarne il grafico. Si richiede in particolare di studiare con cura l'andamento della funzione nell'intorno di  $x = 0$ .

3. Stabilire con un opportuno criterio il carattere del seguente integrale generalizzato, e calcolarlo in caso di convergenza

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{\sqrt{\sin x}} dx.$$

Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{2x + 2}{x^2 + 4x + 5} dx.$$

4. Stabilire la convergenza semplice e assoluta delle serie seguenti:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(2n)^{2n}}$$
$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^n}{3^{2n}}$$
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n+1)^{3/2} \left( 1 - \cos \left( \frac{1}{n} \right) \right)$$

e calcolare una di quelle convergenti.