

Prova completa – Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Tutti i passaggi devono essere adeguatamente giustificati.

1. Calcolare i seguenti limiti di successione e di funzione.

(i) [4 punti]

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + e^n)}{\sqrt{n}}.$$

(ii) [4 punti]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{3x} \cos(x^3)}{e^x - 1}.$$

2. [4 punti] Discutere la convergenza semplice e la convergenza assoluta della seguente serie.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^2 + 2}{3n^3}.$$

3. (i) [10 punti] Studiare la seguente funzione (dominio di definizione, eventuali simmetrie, segno, asintoti, studio della monotonia, ...) e tracciarne un grafico qualitativo. **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.**

$$f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 2}.$$

(ii) [3 punti] Determinare la formula di Taylor con resto di Peano della funzione del punto precedente arrestata all'ordine 1 e centrata nel punto 0.

4. (i) [4 punti] Calcolare il seguente integrale definito.

$$\int_{\log(\frac{1}{2})}^0 \frac{e^x}{e^{2x} - 5e^x + 6} dx.$$

(ii) [4 punti] Studiare usando un criterio il carattere del seguente integrale generalizzato. Nel caso l'integrale sia convergente, calcolarne il valore esatto con la definizione.

$$\int_0^{+\infty} (1+x)^2 e^{-x} dx.$$