

Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

**Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti.
Giustificare in modo completo tutte le risposte.**

1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4}.$$

- Determinare il dominio di f ed i suoi eventuali asintoti, scrivendo la loro equazione.
- Calcolare la derivata prima della funzione e studiare gli eventuali punti di non derivabilità.
- Studiare la sua monotonia, scrivendo gli intervalli in cui è crescente e quelli in cui è decrescente.
- Calcolare la derivata seconda della funzione e studiare la sua convessità, scrivendo gli intervalli in cui è convessa e quelli in cui è concava.
- Dopo aver studiato il segno della funzione, tracciarne un grafico qualitativo.

2. a) Calcolare il seguente integrale indefinito:

$$\int (x + 2)^2 \cos x \, dx.$$

b) Stabilire se il seguente integrale è definito o generalizzato e calcolarlo:

$$\int_{-1}^4 \frac{x + 1}{x^2 - 3x - 10} dx.$$

3. Stabilire se le seguenti serie convergono

- $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(n + e^n)}{n!}.$
- $\sum_{n=2}^{+\infty} \log\left(\frac{n^3 + 1}{n^3 - 1}\right) (\sqrt{n^2 + n} - n).$

4. Sia α un parametro reale e sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \alpha x^2 - 2.$$

Determinare i punti di massimo e minimo assoluto della funzione f per

- $\alpha = -1$
- $\alpha = 0$
- $\alpha = 1/2$
- $0 < \alpha < 1/2.$