

Prova completa - Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 2} - x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{x} - \cos x}{x \sin x}.$$

2. Sia data la funzione

$$f(x) = x^2 - 8x + 2 \log((x - 1)^2).$$

Fornire uno studio completo della funzione (insieme di definizione, intersezione con l'asse delle ordinate, limiti alla frontiera, eventuali asintoti, crescere e decrescere, massimi e minimi locali e globali, concavità e convessità, punti di flesso. Non è richiesto lo studio preciso del segno). Disegnare un grafico approssimato.

3. Stabilire il carattere dei seguenti integrali generalizzati

$$\int_0^1 \log(x) dx,$$
$$\int_1^{+\infty} \sqrt{x}(\log(1 + x^2) - 2 \log(x)) dx.$$

Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{3x}{x^2 + 2x - 3} dx.$$

4. Stabilire la convergenza semplice e assoluta delle serie seguenti:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$$
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$$
$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{n}.$$