

Prova completa – Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Tutti i passaggi devono essere adeguatamente giustificati.

1. (i) [4 punti] Calcolare il seguente limite di successione.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3n^5 + 4n^3 + n} - \sqrt{3n^5}}{\sin(2n) + \sqrt{n}}.$$

- (ii) [4 punti] Calcolare il seguente limite di funzione.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{1 + \log(1 + \sin(x - \frac{\pi}{2}))} - 1}{x - \frac{\pi}{2}}.$$

2. Discutere la convergenza semplice e la convergenza assoluta delle seguenti serie.

- (i) [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + 2^n}{2^n + n}.$$

- (ii) [4 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} + 2}{n^2}.$$

3. (i) [10 punti] Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 9} - x$$

- ▷ Determinare dominio, limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti.
- ▷ Determinare il segno di f .
- ▷ Determinare gli intervalli di monotonia e elencare i punti estremali di f .
- ▷ Determinare eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità.
- ▷ Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

4. (i) [4 punti] Calcolare il seguente integrale definito.

$$\int_2^3 \frac{2x + 3}{x^2 - 5x + 4} dx.$$

- (ii) [3 punti] Studiare usando un criterio il carattere del seguente integrale generalizzato.

$$\int_1^{\infty} \frac{2 + \sin(x)}{1 + \log(1 + e^x)} dx.$$