

Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Gli esercizi valgono 8 punti ciascuno per un totale di 32 punti

1. Sia data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x}.$$

Fornire uno studio completo della funzione, in particolare studiare l'insieme di definizione, il segno della funzione, eventuali simmetrie, i limiti al bordo del dominio, eventuali asintoti, monotonia, punti di massimo e di minimo locali. **Non è richiesto lo studio della derivata seconda.** Sapendo che la funzione è concava su tutto il suo insieme di definizione, disegnarne poi un grafico probabile.

2. Determinare il carattere dei seguenti integrali generalizzati e, in caso siano convergenti, calcolarli:

A)

$$\int_5^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 5x + 4} dx$$

B)

$$\int_1^2 \frac{e^x}{(x-1)^{\frac{3}{2}}} dx$$

3. Determinare il carattere (convergenza semplice e assoluta) delle serie seguenti:

$$A = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1}{\sqrt{n}}$$
$$B = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 3n}$$

Studiare il carattere della serie seguente e, nel caso in cui converga, determinarne la somma:

$$C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{2n}}.$$

4. Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{\cos x}{1+x}.$$

Determinare la retta tangente al grafico di f nel punto $(\frac{\pi}{2}, f(\frac{\pi}{2}))$ e la formula (o sviluppo) di Taylor di f centrata in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ al secondo ordine con resto di Peano.