

**Prova completa – Parte A**

Cognome e Nome \_\_\_\_\_ Matr. \_\_\_\_\_

**Tutti i passaggi devono essere adeguatamente giustificati.**

1. [10 punti] Studiare la convergenza assoluta e semplice delle seguenti serie.

$$\begin{aligned} (i) \quad & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \log \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right), & (ii) \quad & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-3)^{2n}}{7^n}, \\ (iii) \quad & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(3n) + 4}{n^4}, & (iv) \quad & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{2n}}{(n+2)!}, \\ (v) \quad & \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \log \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right). \end{aligned}$$

2. [6 punti]

(i) Calcolare il seguente integrale indefinito.

$$\int \frac{x^2}{x^2 + 3x - 4} dx.$$

(ii) Calcolare il seguente integrale definito.

$$\int_{-2}^{-1} \frac{x^2}{x^2 + 3x - 4} dx.$$

(iii) Stabilire se il seguente integrale generalizzato è convergente.

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{5 + e^x} dx.$$

3. [10 punti] Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x + 1}{x^2 + 2x - 8}.$$

- ▷ Determinare dominio, limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti.
- ▷ Determinare il segno di  $f$ .
- ▷ Determinare gli intervalli di monotonia e individuare, se presenti, i punti di massimo e di minimo locali e globali della funzione.
- ▷ Determinare la retta tangente alla funzione in  $x = 1$ .
- ▷ Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

4. [6 punti] Calcolare i seguenti limiti di funzione.

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - x \cos(x^{\frac{1}{3}})}{\sqrt{x} \sin^2(x)}, \quad (ii) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\log(x - 2)} + 2.$$