

Parte A

Cognome e Nome _____ Matr. _____

Tutti i passaggi devono essere adeguatamente giustificati.

1. [8 punti] (i) Trovare la più semplice successione asintotica a

$$a_n = (n + 2)! \left(e^{\frac{n+1}{n^2}} - 1 \right) \log \left(\frac{n + n^3 + 1}{n^3} \right) \frac{1}{n!}.$$

- (ii) Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(2n) + n}{n}.$$

2. [12 punti] Sia data la funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x - 1}{x} \right).$$

- ▷ Determinare dominio e il segno di f .
- ▷ Determinare i limiti agli estremi del dominio ed scrivere le equazioni di eventuali asintoti.
- ▷ Determinare gli intervalli di monotonia e individuare, se presenti, i punti di massimo e di minimo locali e globali della funzione.
- ▷ Determinare gli intervalli in cui f è concava o convessa e individuare, se presenti, i punti di flesso.
- ▷ Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

3. [6 punti] Calcolare i seguenti integrali:

$$A. \int \frac{\log(x)}{x^2} dx \qquad B. \int_0^1 \frac{1}{x^2 + x - 6} dx$$

4. [6 punti] Dopo avere determinato il segno dei loro termini, studiare con un opportuno criterio la convergenza semplice e assoluta delle seguenti serie:

$$A. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^2 + 1}} - 1 \right) \qquad B. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{2n}}{(n + 2)!}.$$