MASSIMA VEROSIMIGLIANZA

MINIMI QUADRATI

$$L = -\frac{n}{2} \lg 2\pi - \frac{n}{2} \lg \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_1^n (y_i - \mu_i)^2$$

$$\mu_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

devo massimizzare rispetto $\beta_0, \beta_1, \sigma^2$

$\boxed{\text{STEP 1}}$ suppongo σ^2 noto

massimizzare L equivale a minimizzare rispetto β_0, β_1

$$\sum_1^n (y_i - \mu_i)^2 \qquad \mu_i = \beta_0 + \beta_1 X_i$$

(CRITERIO MINIMI QUADRATI)

derivate parziali poste a zero danno il sistema:

$$\sum_1^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0$$

$$\sum_1^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) X_i = 0$$

la prima equazione risolta rispetto β_0 da la soluzione

$$\beta_0 = \mu_y - \beta_1 \mu_x$$

sostituendo nella seconda equazione

$$\sum_1^n \left(y_i - \mu_y - \beta_1 (x_i - \mu_x) \right) x_i = 0$$

$$\sum_1^n (y_i - \mu_y) x_i = \beta_1 \sum (x_i - \mu_x) x_i$$

$$\frac{1}{n} \sum (y_i - \mu_y) x_i = \beta_1 \frac{1}{n} \sum (x_i - \mu_x) x_i$$

$$\mathrm{Cov}(x\, y) = \beta_1 \mathrm{Var}(x)$$

$$\beta_1 = \frac{\mathrm{Cov}(x, y)}{\mathrm{Var}(x)} = b_1$$

$$\beta_0 = \mu_y - b_1 \mu_x = b_0$$

STEP 2 LOGVEROSIMIGLIANZA CONCENTRATA

$$L^* = -\frac{n}{2} \lg 2\pi - \frac{n}{2} \lg \sigma^2 + \\ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_1^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2$$

VA MASSIMIZZATA RISPETTO σ^2 (banale)

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_1^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2}{n}$$

che non è corretto

lo stimatore corretto è

$$\tilde{s}^2 = \frac{n}{n-2} \hat{\sigma}^2 = \frac{n}{n-2} Var(y)(1-R^2)$$