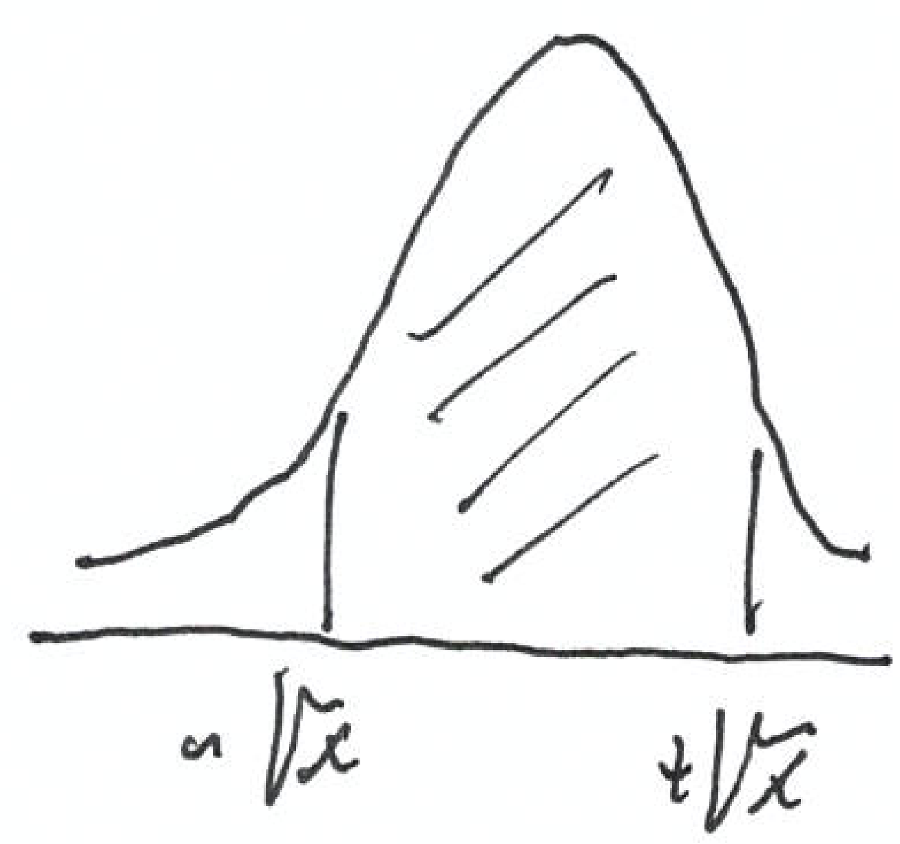
Sia Z normale standard

1) per trovare la F.d.R di Z^2 osservo che

$$P(Z^2 \leq x) =$$
$$P(-\sqrt{x} \leq Z \leq \sqrt{x})$$



2) trovata la F.d.R derivando ottengo la f.d.p.

3) Devo dimostrare che Z^2 è χ^2 con 1 g.d.l.

il quadrato di una normale standard è una chi quadrato con 1 g.d.l

$$F_{Z^2}(x) = P(Z^2 \le x) =$$

$$= P(-\sqrt{x} \le Z \le +\sqrt{x}) =$$

$$= 2\,\Phi(\sqrt{x}) - 1 =$$

$$= 2\int_{-\infty}^{\sqrt{x}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}z^2}\, dz - 1$$

Derivando $F_{Z^2}(x)$ ottengo la densità

$$\frac{d F_{Z^2}(x)}{dx} = 2\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x}} =$$

(la derivata è la funzione integranda valutata in $\sqrt{x}$ per la derivata di $\sqrt{x}$)

VEDI LUCIDO 27 DI VARCAS 1

$$\boxed{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} x^{1-\frac{1}{2}}\, e^{-\frac{1}{2}x} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}$$

che è f.d.p Gamma$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ cioè χ^2 con 1 g.d.l