Università degli Studi di Bergamo — Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria
Matematiche Complementari — Tema 23 gennaio 2023

Cognome e Nome ______________________________ Matr. ____________

1) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.

2) Fornire la definizione di Massimo Comune Divisore (MCD) di due numeri naturali a a b, enunciare il teorema di Bézout e dimostrarlo nel caso particolare di $a = 672$ e $b = 581$ attraverso la determinazione del $\mathrm{MCD}(672, 581)$.

3) Fornire la definizione di relazione di equivalenza e di relazione d'ordine su un insieme X corredando ciascuna definizione con un esempio opportunamente giustificato.

4) Siano

$$q_1 = \sqrt{2}, \quad q_2 = \frac{35}{56}, \quad q_3 = \frac{35}{55}.$$

Senza fare calcoli, stabilire se l'allineamento decimale di ciascuno dei numeri precedenti è finito, infinito e periodico oppure infinito e non periodico. Giustificare le proprie affermazioni.

5) Fornire una definizione (anche informale) di "proposizione" e di "proprietà". Delle frasi seguenti, stabilire quali sono proprietà e quali proposizioni, giustificando opportunamente le proprie affermazioni.

   a) Milano è una città francese.
   b) Esiste un numero naturale n che divide il numero naturale k.
   c) Esiste un numero naturale n che divide ogni numero naturale k.

6) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base b qualunque. Scrivere i numeri $n = [210]_{10}$ e $m = [133]_{10}$ in base 13 (utilizzando i simboli $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C$). Sommarli in base 13 e successivamente verificare il calcolo scrivendo il risultato ottenuto in base 10 e sommando m e n direttamente in base 10.

7) Sia $P(n)$ la proprietà seguente, con $n \in \mathbb{N}$:

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n + 1)$$

   (a) Scrivere esplicitamente $P(1)$, $P(2)$ e $P(n + 1)$.
   (b) Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$ la proprietà $P(n)$ è vera.