Università degli Studi di Bergamo — Corso di Laurea in Scienze della Formazione Primaria
Matematiche Complementari — Tema 4 aprile 2023

Cognome e Nome ____ Matr. ____________

1) Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'esistenza.

2) Presentare gli assiomi di Peano e le definizioni assiomatiche di somma e di prodotto di numeri naturali, ricordandone le proprietà principali.

3) Sia $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ e si consideri la relazione $\mathcal{R}$ su X data da

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c), (f, f,), (d, e), (e, d)\}.$$

Disegnare il diagramma sagittale di $\mathcal{R}$. Fornire la definizione di relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e stabilire, giustificando opportunamente, se $\mathcal{R}$ verifica ognuna di queste proprietà.

4) Siano $q_1 = \dfrac{5}{13}$ e $q_2 = \dfrac{6}{13}$. Senza calcolare gli allineamenti decimali di q_1 e q_2, determinare un numero razionale p che verifichi $q_1 < p < q_2$. Sempre senza calcolare gli allineamenti decimali, è possibile stabilire se q_1 e q_2 corrispondono ad allineamenti decimali finiti, infiniti periodici oppure infiniti non periodici? Giustificare esaurientemente le proprie affermazioni.

5) (a) Sia $p(b, l)$ la proprietà "il bambino b ha letto il libro l". Scrivere le proposizioni seguenti utilizzando i quantificatori $\forall$, $\exists$ e le parole "tali che", "tale che", "con la proprietà"... Si richiede di **non** usare la negazione $\nexists$.

   i) c'è un libro che nessun bambino ha letto;
   ii) tutti i bambini hanno letto lo stesso libro;
   iii) ci sono solo due libri che tutti i bambini hanno letto.

   (b) Negare la proposizione i).

6) Enunciare il teorema di decomposizione dei numeri naturali in una base b qualunque. Scrivere i numeri $n = [1257]_{10}$ e $m = [143]_{10}$ in base 12, utilizzando i simboli $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B$. Sommarli in base 12 e successivamente verificare il calcolo scrivendo il risultato ottenuto in base 10 e sommando m e n direttamente in base 10.

7) Sia $P(n)$ la proprietà $2^n \geq 1 + n$.

   (a) Scrivere $P(0)$, $P(1)$, $P(n + 1)$;
   (b) dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ vale $P(n)$.