

Cognome e Nome _____ Matr. _____

- 1) Introdurre in modo informale i numeri interi con somma e prodotto, giustificando in base alle proprietà richieste di somma e prodotto perché vale la regola dei segni ($+\cdot+=+$, $+\cdot=-$, $-\cdot=-$)
- 2) Fornire la definizione di numero primo. Enunciare il teorema fondamentale dell'aritmetica. Dimostrare solo l'unicità. Perché 1 non è un numero primo?
- 3) Enunciare il teorema di decomposizione di un numero naturale in una base b qualunque. Convertire $[157]_{10}$ e $[99]_{10}$ in base 2, sommarli in base 2 e convertire il risultato in base 10, verificando infine direttamente la somma in base 10.
- 4) Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 2$ il numero $5^n - 1$ è divisibile per 4.
- 5) Enunciare e dimostrare il teorema "proprietà di Euclide" sulla divisione di un prodotto ab di numeri naturali per un numero primo p .
- 6) Consideriamo l'insieme $A = \{a, b, c, d, e\}$ e la relazione su A seguente:

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c), (c, a), (d, e), (e, d)\}.$$

- (a) Disegnare il diagramma a doppia entrata di \mathcal{R} .
 - (b) Dopo aver ricordato la definizione delle proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva per una generica relazione \mathcal{R} su un generico insieme X , stabilire se la relazione \mathcal{R} precedente le verifica.
- 7) Siano $q_1 = 3,5$ e $q_2 = 0,5\overline{43}$.
 - a) Convertire q_1 e q_2 in frazioni equivalenti, dettagliando il procedimento seguito.
 - b) Calcolare poi $p = q_1 \cdot q_2$ e trasformare p in allineamento decimale. Il risultato ottenuto è plausibile (come ordine di grandezza)? Giustificare le proprie affermazioni.