ESERCIZI – NUMERI RAZIONALI

Es. 3:

$$\frac{15}{7}, \quad \frac{7}{3}, \quad \frac{31}{15}$$

disporli in ordine crescente e determinare un numero razionale compreso fra i primi due della disposizione.

OSS:

$$\frac{15}{7} = \frac{14}{7} + \frac{1}{7} = 2 + \frac{1}{7}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$$

$$\frac{31}{15} = \frac{30}{15} + \frac{1}{15} = 2 + \frac{1}{15}$$

poiché $3 < 7 < 15$ si ha che

$$\frac{1}{15} < \frac{1}{7} < \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \quad \underbrace{2 + \frac{1}{15}}_{\frac{31}{15}} < \underbrace{2 + \frac{1}{7}}_{\frac{15}{7}} < \underbrace{2 + \frac{1}{3}}_{\frac{7}{3}}$$

$$\frac{31}{15} < \frac{15}{7} < \frac{7}{3}$$

Un razionale compreso fra i primi due è

(ad esempio) $2+\frac{1}{9}$ $7<9<15$

Es. 5:

$q_1 = \frac{1}{35241}$ $q_2 = \frac{1}{5^7 2^8}$

$\left(q_3 = \frac{1}{5^7+2} \right)$

Sono allineam.
- finiti?
- infiniti periodici?
- infiniti non periodici?

Sicuramente non sono infiniti NON periodici perché sono razionali

SCRIVERLO!!

- q_1 è infinito periodico perché
  - è ridotto ai minimi termini
  - il denominatore non è divisibile né per 2, né per 5.

- q_2 è finito perché il denominatore è divisibile solo per 2 e per 5. (potenze)

- q_3 è infinito periodico perché
  - è ridotto ai minimi termini
  - il denominatore non è divisibile per 2 poiché è dispari
  - non è divisibile per 5 poiché la cifra delle unità è 7 (non è 5 né 0)

OPPURE

$n = 5^7 + 2$ è la divisione euclidea di n per 5

$$n = \underbrace{5^6}_{\text{quoziente}} \cdot 5 + \underbrace{2}_{\text{resto}}$$

resto compreso fra 0 e 4

quindi n non è divisibile per 5

Es. 6:

Siano $x = 0,13$
$y = 1,2$
$z = x \cdot y$

1. Senza fare calcoli, z è maggiore o

minore di x?
z è maggiore o minore di y?
Fornire una stima di z

2. Fare i calcoli e confrontare con 1.

$$z = \underbrace{0{,}13}_{x} \cdot \underbrace{1{,}2}_{y}$$

$$0{,}13 \cdot 1{,}2 = 0{,}13 \cdot (1 + 0{,}2) =$$

$$= \underbrace{0{,}13}_{x} + \underbrace{0{,}13 \cdot 0{,}2}_{>0}$$

$z > x$
(sono tutti positivi)

Inoltre $z = 1{,}2 \times 0{,}13 =$

$$1{,}2 \times (1 - 0{,}87) =$$

$$= \underbrace{1{,}2}_{y} - \underbrace{1{,}2 \times 0{,}87}_{>0}$$

$z < y$

Stima: $z = \underbrace{0{,}13}_{>0} \times \underbrace{1{,}2}_{>0}$

$1 < 1{,}2 < 2$

$0{,}13 \times 1 < 0{,}13 \cdot 1{,}2 < 0{,}13 \times 2$

$0{,}13 < z < 0{,}26$

2. $x = 0{,}13 = \frac{13}{100}$

$y = 1{,}2 = \frac{12}{10}$

$x \cdot y = \frac{13}{\cancel{100}_{50}} \cdot \frac{\cancel{12}^{\cancel{6}\,3}}{\cancel{10}_{5}} = \frac{39}{250}$

$39 : 250 = 0{,}156$

390
1400
1500
-00

è compatibile

Es. 9:

$x = 0,1\overline{52}$

$y_1 = 0,1$

$y_2 = 3,3$

$z_1 = x : y_1$

$z_2 = x \cdot y_2$

1. x è maggiore o minore di z_1?
   x è maggiore o minore di z_2?

2. fare i calcoli
3. le previsioni del punto 1. sono rispettate?

1. $x = 0,1\overline{52}$

   $y_1 = 0,1$

   $z_1 = x : y_1$

   $0,1 = \frac{1}{10}$ $\qquad x : \frac{1}{10} = x \times 10$

Sono tutti positivi $\quad x \times 10 > x$

$\rightarrow \quad x < z_1$

$z_2 = 0,1\overline{52} \times \underbrace{3,3}_{>1} > 0,1\overline{52}$

$x < z_2$

2. $x = 0,1\overline{52}$

$10x = 1,\overline{52}$

$10^2 \cdot 10x = 152,\overline{52}$

$10^3 x - 10x = 152 - 1 = 151$

$x \cdot 990 = 151$

$x = \dfrac{151}{990}$

Attenzione! $\quad 10^3 x - 10x = \dfrac{151}{990}$

FALSO!!

NON usare il simbolo di $=$ tra quantità NON uguali !!!

$$y_1 = 0{,}1 = \frac{1}{10}$$

$$y_2 = 3{,}3 = \frac{33}{10}$$

$$z_1 = x : y_1 = \frac{151}{990} : \frac{1}{10}$$

$$z_1 = \frac{151}{990} \cdot 10 = \frac{151}{99}$$

Sappiamo già che $z_1 = x \cdot 10 = 1{,}\overline{52}$

$$z_2 = \frac{151}{\cancel{990}\ \cancel{330}\ 30} \cdot \frac{\cancel{33}\ \cancel{11}}{10} = \frac{151}{300}$$

$151 : 300 = 0{,}50\bar{3}$

1510

100

1000

1000

Es. 10

$x = 8,\overline{3}$

$y = 0,2625$

$z = x \cdot y$

a) Fare i conti

b) sulla base dell'espressione di z in frazione, si poteva prevedere se z sarebbe stato finito, periodico, non periodico?

$x = 8,\overline{3}$

$10x = 83,\overline{3}$

$10x - x = 83 - 8 = 75$

$9x = 75$

$x = \frac{75}{9} = \frac{25}{3}$

$$y = 0,2625 = \frac{2625}{10^4} = \frac{2625}{10000} =$$

$$= \frac{2625}{2^4 \cdot 5^4} = \frac{105}{2^4 \cdot 5^2} = \frac{21}{2^4 \cdot 5}$$

$$\left(\begin{array}{l} 2625 : 25 = 105 \\ 12 \\ 125 \end{array} \right)$$

$$z = x \cdot y = \frac{25}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{21}^{\,7}}{2^4 \cdot 5} = \frac{\cancel{25}^{\,5} \cdot 7}{2^4 \cdot \cancel{5}} = \frac{35}{16}$$

z è finito poiché il denominatore è divisibile solo per potenze di 2

$$35 : 16 = 2,1875$$

OSS: Abbiamo moltiplicato fra loro un periodico e un finito: il risultato non è per forza periodico!

Es. 11:

Si consideri l'uguaglianza:

$$0,\overline{3} + 21,\overline{6} = 21,\overline{9}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{195}{9} = 22$$

$$21,\overline{9} = 22$$

L'uguaglianza è <u>VERA</u>

$$21,\overline{9} = 22$$

(si passa alle frazioni equivalenti !!)
sia per $21,\overline{9}$ che per la somma

Es. 14:

$q_1 = 0,5$

$q_2 = \frac{14}{27}$

$q_3 = 0,4\overline{9}$

$q_4 = \frac{13}{25}$

$0,5 = 0,4\overline{9}$

$\frac{1}{2}$, $\frac{14}{27}$, $\frac{13}{25}$

$\frac{1}{2} < \dots$

$\frac{14}{27} < \frac{13}{25} \Longleftrightarrow 14 \cdot 25 \overset{?}{<} 13 \cdot 27$

sì

$\frac{1}{2} = q_1 = q_3 < \frac{14}{27} < \frac{13}{25}$