Scienze della Formazione Primaria — AA 2023/2024
Matematiche Complementari

1. – Linguaggio

Esercizio 1 : (Febbraio 2021)

Si indichi con $p(x, y)$ l'espressione "il treno x ferma alla stazione y". Scrivere utilizzando i simboli del linguaggio matematico ($\forall, \exists, :, \in, \notin, \dots$) le seguenti affermazioni:

a) c'è una stazione in cui fermano tutti i treni
b) c'è un treno che ferma in ogni stazione
c) in ogni stazione ferma almeno un treno
d) ogni treno ferma in almeno una stazione
e) c'è un treno che ferma in due stazioni

Esercizio 2 : (Gennaio 2022)

Sia $p(b, c)$ la proprietà "il bambino b ha svolto il compito c". Utilizzando i simboli matematici $\forall$, $\exists$, ! ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:

a) un bambino ha svolto tutti i compiti
b) nessun bambino ha svolto tutti i compiti
c) un compito è stato svolto da un unico bambino
d) ogni bambino ha svolto due compiti
e) un bambino non ha svolto compiti

Esercizio 3 : (Febbraio 2022)

Sia $p(x, y)$ la proprietà "il gatto x ha rincorso il topo y". Utilizzando i quantificatori matematici $\forall$, $\exists$, ! ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:

a) tutti i gatti hanno rincorso un topo
b) un topo non è stato rincorso da alcun gatto
c) un singolo gatto ha rincorso tutti i topi.

Scrivere poi in italiano la negazione della seconda frase (un topo non è stato rincorso da alcun gatto) e scrivere infine la stessa negazione utilizzando i quantificatori.

Esercizio 4 : (Maggio 2022)

Fornire la definizione di proprietà e di proposizione. Data poi la proprietà $p(x, y)$ seguente "l'uomo x ha visitato la località y", utilizzando i simboli matematici $\forall$, $\exists$, ! ed eventualmente le loro negazioni, scrivere le proposizioni seguenti:

a) ogni uomo ha visitato qualche località;
b) tutti gli uomini hanno visitato la stessa località;
c) nessuno ha visitato una certa località;
d) un uomo non ha visitato alcuna località.

Scrivere poi in italiano e in simboli matematici la negazione della terza frase precedente.

Esercizio 5 : (maggio 2023)

1. Fornire la definizione di proprietà e di proposizione.
2. Data la proprietà $p(n,k)$ seguente "il numero n è multiplo del numero k", utilizzando i simboli matematici $\forall$, $\exists$, ! scrivere le proposizioni seguenti (si richiede di non usare $\nexists$).
   a) ogni numero n è multiplo di un qualche numero k;
   b) esiste un numero n che è multiplo di ogni numero k;
   c) tutti i numeri n sono multipli di uno stesso numero k;
   d) esiste un numero n che non è multiplo di alcun numero k.
3. Scrivere in simboli matematici la negazione della terza frase precedente.

Esercizio 6 : (31 gennaio 2024)

Sia $p(n,m)$ la proprietà seguente: "il numero naturale n è multiplo del numero naturale m". Utilizzando i simboli $\forall$, $\exists$ e **non p**(n,m) scrivere le proposizioni seguenti:

a) Ogni numero naturale n è multiplo di un qualche numero naturale m.
b) Tutti i numeri naturali n sono multipli dello stesso numero naturale m.
c) Esiste un numero naturale n che non è multiplo di alcun numero naturale m.
d) Nessun numero naturale n è multiplo di tutti i numeri naturali m.

Esercizio 7 : (7 settembre 2021)

Fornire una definizione (anche informale) di "proposizione" e di "proprietà". Delle frasi seguenti, stabilire quali sono proprietà e quali proposizioni, giustificando opportunamente le proprie affermazioni.

a) Un triangolo con tre angoli acuti.
b) Ogni quadrilatero ha tre angoli interni uguali.
c) Il numero naturale n divide 10.

Esercizio 8 : (22 settembre 2021)

Delle frasi seguenti, stabilire quali sono proprietà e quali proposizioni, giustificando opportunamente le proprie affermazioni.

a) Tutte le strade portano a Roma.
b) La frazione $q = \frac{m}{n}$ è ridotta ai minimi termini.
c) Esiste un numero naturale n dispari che è anche primo.

Esercizio 9 : (5 settembre 2023)

Sia data la proposizione: "ogni funzione convessa è derivabile". Discutere le seguenti affermazioni, cioè stabilire se è possibile stabilire la loro verità o falsità esclusivamente basandosi sulla verità della proposizione precedente (di cui non è necessario comprendere il significato).

1. Se una funzione è derivabile, allora è convessa.
2. Se una funzione non è convessa, allora non è derivabile.
3. Se una funzione non è derivabile, allora non è convessa.

Esercizio 10 : (31 gennaio 2024)

Si consideri la proposizione seguente: "ogni multiplo naturale di 6 è un numero pari".

a) Stabilire quale delle due proposizioni seguenti è equivalente alla precedente:
   i) Se $n \in \mathbb{N}$ è un multiplo di 6, allora n è pari.
   ii) Se $n \in \mathbb{N}$ è pari, allora n è un multiplo di 6.

b) Individuare qual è l'ipotesi della proposizione data e qual è la tesi.

c) Si considerino le due argomentazioni seguenti:
   i) La proposizione è vera, infatti 18 è un multiplo naturale di 6 ed è pari.
   ii) La proposizione è vera, infatti un numero dispari non può essere un multiplo di 6 perché 6 è già a sua volta un multiplo di 2.

   Discutere la validità delle due argomentazioni per dimostrare la proposizione data.

2. – Insiemi

Esercizio 11 :

Siano $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{\{1\}, \{2, 3\}\}$.

1. A e B sono uguali?
2. A e B hanno gli stessi elementi?
3. A e B hanno lo stesso numero di elementi?
4. $1 \in A$? $\{1\} \in A$? $\{1\} \subseteq A$? $1 \in B$? $\{1\} \in B$? $\{1\} \subseteq B$? $\{\{1\}\} \in B$?
5. $\emptyset \subseteq A$? $\emptyset \in B$?

Esercizio 12 :

Ricordo che se A e B sono due insiemi, si dice che A è un sottoinsieme di B se $A \subseteq B$. Consideriamo ora $B = \{1, 2, a\}$. Elencare tutti i possibili sottoinsiemi di B.