

4. – Relazioni

1. (Tema del 7 settembre 2021)

Sia $X = \{\text{Andrea, Barbara, Carlo, Daniela, Enzo}\}$ e supponiamo che le altezze dei cinque ragazzi siano le seguenti:

- Andrea: 1m 80cm
- Barbara: 1m 72cm
- Carlo: 1m 82cm
- Daniela: 1m 70cm
- Enzo: 1m 80cm.

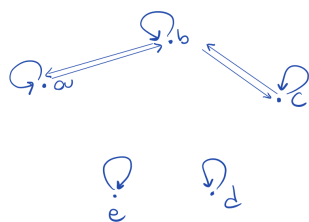
Definiamo ora la relazione \mathcal{R} in X come segue: per ogni x, y in X poniamo $x\mathcal{R}y$ se e solo se l'altezza di x è minore o uguale all'altezza di y .

- a) Determinare il diagramma sagittale e il diagramma a doppia entrata della relazione \mathcal{R} .
- b) Indicare se la relazione è riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e dedurre se è una relazione d'ordine o di equivalenza oppure nessuna delle due.

2. (Tema del 19 gennaio 2022)

Sia E un insieme.

- (a) Fornire la definizione di relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva su E .
- (b) Data la relazione su $E = \{a, b, c, d, e\}$ definita tramite il diagramma sagittale in figura, stabilire se si tratta di una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica o transitiva giustificando opportunamente le proprie affermazioni.



3. (Tema del 25 maggio 2022)

- (a) Siano X e Y due insiemi. Fornire la definizione di corrispondenza da X a Y e di relazione su X .
- (b) Sia ora $X = \{\text{Angelo, Bianca, Cloe, Diana, Enrico}\}$ e si consideri la relazione \mathcal{R} seguente: per x e y in X si ha $x\mathcal{R}y$ se e solo se x è più giovane o ha la stessa età di y . Le date di nascita dei cinque ragazzi sono le seguenti: Angelo ed Enrico sono nati nel 2002, Bianca nel 2000, Cloe nel 2003 e Diana nel 2004. Disegnare un diagramma sagittale che rappresenti la relazione \mathcal{R} . Stabilire, motivando adeguatamente le proprie affermazioni, se si tratta di una relazione di equivalenza, d'ordine o nessuna delle due.

4. (Tema del 6 luglio 2022)

Si consideri l'insieme X degli studenti iscritti a SFP e la relazione \mathcal{R} seguente su X : se x e y sono due studenti si ha $x\mathcal{R}y$ se il numero di matricola di x ha una cifra in comune con il numero di matricola di y . Stabilire, giustificando opportunamente le proprie affermazioni, quali tra le proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva sono verificate dalla relazione \mathcal{R} e dedurre se la relazione è di equivalenza, d'ordine oppure nessuna delle due.

5. (Tema del 17 luglio 2023)

Consideriamo l'insieme $A = \{a, b, c, d, e\}$ e la relazione su A seguente:

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c), (c, a), (d, e), (e, d)\}.$$

(a) Disegnare il diagramma a doppia entrata di \mathcal{R} .

(b) Dopo aver ricordato la definizione delle proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva per una generica relazione \mathcal{R} su un generico insieme X , stabilire se la relazione \mathcal{R} precedente le verifica.

6. (Tema del 22 settembre 2022)

Sia X la classe IA dell'istituto Pinco Pallo. La classe contiene 10 bambini. Diciamo che il bambino a è compagno di banco del bambino b se il banco di a ha un lato in comune con il banco di b . Nell'aula i banchi sono disposti in cerchio chiuso, quindi tutti i tavoli sono attaccati due a due e ogni bambino ha un compagno alla sua destra e uno alla sua sinistra. Definiamo la relazione \mathcal{R} su X seguente: $a\mathcal{R}b$ se a è compagno di banco di b . Stabilire, giustificando adeguatamente le proprie affermazioni, se la relazione è riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e se è di equivalenza, di ordine o nessuna delle due.

7. (Tema del 8 febbraio 2023)

Sia X l'insieme delle città seguenti: Milano, Torino, Verona, Pisa, Lucca, Pesaro e Arezzo. Semplificando, diciamo che Milano ha un milione e mezzo di abitanti, Torino novecentomila, Verona duecentocinquantamila, Pisa centomila, Lucca, Pesaro e Arezzo novantamila. Definiamo la relazione \mathcal{R} su X nel modo seguente: per x e y in X poniamo $x\mathcal{R}y$ se x e y hanno lo stesso numero di abitanti. Stabilire se \mathcal{R} è una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e se è una relazione d'ordine, di equivalenza o nessuna delle due. Argomentare adeguatamente le proprie affermazioni.