

#### 4. – Relazioni

1. (Tema del 7 settembre 2021)

Sia  $X = \{\text{Andrea, Barbara, Carlo, Daniela, Enzo}\}$  e supponiamo che le altezze dei cinque ragazzi siano le seguenti:

- Andrea: 1m 80cm
- Barbara: 1m 72cm
- Carlo: 1m 82cm
- Daniela: 1m 70cm
- Enzo: 1m 80cm.

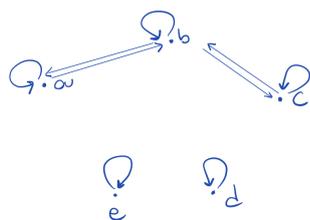
Definiamo ora la relazione  $\mathcal{R}$  in  $X$  come segue: per ogni  $x, y$  in  $X$  poniamo  $x\mathcal{R}y$  se e solo se l'altezza di  $x$  è minore o uguale all'altezza di  $y$ .

- a) Determinare il diagramma sagittale e il diagramma a doppia entrata della relazione  $\mathcal{R}$ .
- b) Indicare se la relazione è riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e dedurre se è una relazione d'ordine o di equivalenza oppure nessuna delle due.

2. (Tema del 19 gennaio 2022)

Sia  $E$  un insieme.

- (a) Fornire la definizione di relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva su  $E$ .
- (b) Data la relazione su  $E = \{a, b, c, d, e\}$  definita tramite il diagramma sagittale in figura, stabilire se si tratta di una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica o transitiva giustificando opportunamente le proprie affermazioni.



3. (Tema del 25 maggio 2022)

- (a) Siano  $X$  e  $Y$  due insiemi. Fornire la definizione di corrispondenza da  $X$  a  $Y$  e di relazione su  $X$ .
- (b) Sia ora  $X = \{\text{Angelo, Bianca, Cloe, Diana, Enrico}\}$  e si consideri la relazione  $\mathcal{R}$  seguente: per  $x$  e  $y$  in  $X$  si ha  $x\mathcal{R}y$  se e solo se  $x$  è più giovane o ha la stessa età di  $y$ . Le date di nascita dei cinque ragazzi sono le seguenti: Angelo ed Enrico sono nati nel 2002, Bianca nel 2000, Cloe nel 2003 e Diana nel 2004. Disegnare un diagramma sagittale che rappresenti la relazione  $\mathcal{R}$ . Stabilire, motivando adeguatamente le proprie affermazioni, se si tratta di una relazione di equivalenza, d'ordine o nessuna delle due.

4. (Tema del 6 luglio 2022)

Si consideri l'insieme  $X$  degli studenti iscritti a SFP e la relazione  $\mathcal{R}$  seguente su  $X$ : se  $x$  e  $y$  sono due studenti si ha  $x\mathcal{R}y$  se il numero di matricola di  $x$  ha una cifra in comune con il numero di matricola di  $y$ . Stabilire, giustificando opportunamente le proprie affermazioni, quali tra le proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica e transitiva sono verificate dalla relazione  $\mathcal{R}$  e dedurre se la relazione è di equivalenza, d'ordine oppure nessuna delle due.

5. (Tema del 17 luglio 2023)

Consideriamo l'insieme  $A = \{a, b, c, d, e\}$  e la relazione su  $A$  seguente:

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, c), (c, a), (d, e), (e, d)\}.$$

(a) Disegnare il diagramma a doppia entrata di  $\mathcal{R}$ .

(b) Dopo aver ricordato la definizione delle proprietà riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva per una generica relazione  $\mathcal{R}$  su un generico insieme  $X$ , stabilire se la relazione  $\mathcal{R}$  precedente le verifica.

6. (Tema del 22 settembre 2022)

Sia  $X$  la classe IA dell'istituto Pinco Pallo. La classe contiene 10 bambini. Diciamo che il bambino  $a$  è compagno di banco del bambino  $b$  se il banco di  $a$  ha un lato in comune con il banco di  $b$ . Nell'aula i banchi sono disposti in cerchio chiuso, quindi tutti i tavoli sono attaccati due a due e ogni bambino ha un compagno alla sua destra e uno alla sua sinistra. Definiamo la relazione  $\mathcal{R}$  su  $X$  seguente:  $a\mathcal{R}b$  se  $a$  è compagno di banco di  $b$ . Stabilire, giustificando adeguatamente le proprie affermazioni, se la relazione è riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e se è di equivalenza, di ordine o nessuna delle due.

7. (Tema del 8 febbraio 2023)

Sia  $X$  l'insieme delle città seguenti: Milano, Torino, Verona, Pisa, Lucca, Pesaro e Arezzo. Semplificando, diciamo che Milano ha un milione e mezzo di abitanti, Torino novecentomila, Verona duecentocinquantamila, Pisa centomila, Lucca, Pesaro e Arezzo novantamila. Definiamo la relazione  $\mathcal{R}$  su  $X$  nel modo seguente: per  $x$  e  $y$  in  $X$  poniamo  $x\mathcal{R}y$  se  $x$  e  $y$  hanno lo stesso numero di abitanti. Stabilire se  $\mathcal{R}$  è una relazione riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva e se è una relazione d'ordine, di equivalenza o nessuna delle due. Argomentare adeguatamente le proprie affermazioni.