

7. – Numeri razionali

Esercizio 1 : Convertire le seguenti frazioni in numeri decimali

1. $\frac{2}{3}$	$0, \overline{6}$
2. $\frac{7}{15}$	$0, 4\overline{6}$
3. $\frac{19}{4}$	$4, 75$
4. $\frac{2}{7}$	$0, \overline{285714}$
5. $\frac{1}{13}$	$0, \overline{076923}$
6. $\frac{7}{25}$	$0, 28$
7. $\frac{9}{8}$	$1, 125$
8. $\frac{23}{6}$	$3, 8\overline{3}$

Esercizio 2 : Convertire i seguenti allineamenti decimali periodici in frazioni, dettagliando il procedimento.

1. $1, \overline{23}$	$\frac{122}{99}$
2. $0, \overline{01}$	$\frac{1}{99}$
3. $3, 8\overline{1}$	$\frac{343}{90}$
4. $0, 01\overline{3}$	$\frac{1}{75}$
5. $5, \overline{8}$	$\frac{53}{9}$
6. $1, \overline{1}$	$\frac{10}{9}$
7. $2, 0\overline{5}$	$\frac{37}{18}$
8. $73, 18\overline{31}$	$\frac{24370}{333}$

Esercizio 3 : [Giugno 2021] Si considerino i numeri $15/7$, $7/3$, $31/15$. Metterli in ordine crescente e determinare un numero razionale compreso strettamente fra i primi due della disposizione.

Esercizio 4 : [Giugno 2021] Calcolare $0, 1\overline{13} + 0, 12$ convertendo dapprima i due numeri in frazioni equivalenti. Esprimere infine il risultato sotto forma di allineamento decimale.

Esercizio 5 : [Luglio 2021] Siano

$$q_1 = \frac{1}{35241}, \quad q_2 = \frac{1}{5728}$$

Senza fare calcoli, stabilire se l'allineamento decimale di ciascuno dei numeri precedenti è finito, infinito e periodico oppure infinito e non periodico. Giustificare le proprie affermazioni. *Facoltativo: rispondere alla stessa domanda per $q_3 = \frac{1}{5^7 + 2}$.*

Esercizio 6 : [Luglio 2021] Si considerino $x = 0,13$ e $y = 1,2$ e $z = xy$ (prodotto).

1. Senza fare calcoli, è possibile rispondere alle seguenti domande: z sarà più grande o più piccolo di x ? sarà più grande o più piccolo di y ? Fornire quindi una stima approssimata del valore di z giustificando le proprie affermazioni (“secondo me il valore di z sarà circa perché....”)
2. convertendo dapprima x e y in frazioni equivalenti, calcolare z e fornirne l’espressione come allineamento decimale confrontando con la stima data precedentemente.

Esercizio 7 : [Settembre 2021] Calcolare $3,9\overline{15} \times 2,35$ convertendo dapprima i due numeri in frazioni equivalenti. Esprimere infine il risultato sotto forma di allineamento decimale. È ragionevole il risultato ottenuto? Giustificare le proprie affermazioni.

Esercizio 8 : [Gennaio 2022] Dato un numero $q = \frac{a}{b}$ con $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, è possibile determinare *a priori* se l’allineamento decimale di q sarà finito, infinito periodico oppure infinito non periodico? Giustificare quanto più possibile le proprie affermazioni.

Siano ora $q_1 = \frac{153}{38}$ e $q_2 = \frac{753}{75}$.

1. Decomporre 153 e 38 in fattori primi. Dedurre quindi dalla fattorizzazione ottenuta e dall’argomento precedente, senza fare ulteriori calcoli, se l’allineamento decimale di q_1 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.
2. Ridurre q_2 ai minimi termini e determinare, senza fare ulteriori calcoli, se l’allineamento decimale di q_2 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.

Esercizio 9 : [Febbraio 2022] Siano $x = 0,1\overline{52}$, $y_1 = 0,1$ e $y_2 = 3,3$. Siano poi $z_1 = x : y_1$ e $z_2 = x \cdot y_2$.

1. Senza fare calcoli, possiamo dire se x sarà più grande o più piccolo di z_1 ? Sarà più grande o più piccolo di z_2 ?
2. Convertire x , y_1 e y_2 in frazioni. Calcolare z_1 e z_2 utilizzando l’espressione dei numeri sotto forma di frazione e solo alla fine convertire z_1 e z_2 in allineamenti decimali.
3. Le previsioni fatte precedentemente sono rispettate?

Esercizio 10 : [Marzo 2022] Siano $x = 8,\overline{3}$, $y = 0,2625$ e $z = xy$.

- a) Convertire x e y in frazioni equivalenti, dettagliando il procedimento seguito. Calcolare z come prodotto fra frazioni e infine trasformare z in allineamento decimale.
- b) Spiegare perché si poteva stabilire *a priori* se l’allineamento decimale di z sarebbe stato finito, infinito periodico o infinito non periodico, sulla base dell’espressione di z in forma di frazione.

Esercizio 11 : [Giugno 2022] Si consideri questa uguaglianza: $0,\overline{3} + 21,\overline{6} = 21,\overline{9}$. Se è vera, dimostrarla rigorosamente, mentre se è falsa fornire una rigorosa argomentazione del perché è falsa.

Esercizio 12 : [22 Settembre 2022] Siano $q_1 = \frac{1}{4710}$, $q_2 = \frac{7}{875}$ e $q_3 = \frac{2}{5^3 + 2^2}$. Senza

calcolarli esplicitamente, stabilire se gli allineamenti decimali corrispondenti a q_1 , q_2 e q_3 sono finiti, infiniti periodici oppure infiniti non periodici. Giustificare adeguatamente le proprie affermazioni.

Esercizio 13 : [Gennaio 2023] Siano

$$q_1 = \sqrt{2}, \quad q_2 = \frac{35}{56}, \quad q_3 = \frac{35}{55}.$$

Senza fare calcoli, stabilire se l'allineamento decimale di ciascuno dei numeri precedenti è finito, infinito e periodico oppure infinito e non periodico. Giustificare le proprie affermazioni.

Esercizio 14 : [Febbraio 2023] Siano

$$q_1 = 0,5, \quad q_2 = \frac{14}{27}, \quad q_3 = 0,4\bar{9}, \quad q_4 = \frac{13}{25}.$$

Trasformare ogni numero nell'equivalente frazione ridotta ai minimi termini e disporre **le frazioni** così ottenute in ordine crescente, giustificando adeguatamente la propria disposizione.

Esercizio 15 : [Aprile 2023] Siano $q_1 = \frac{5}{13}$ e $q_2 = \frac{6}{13}$. Senza calcolare gli allineamenti decimali di q_1 e q_2 , determinare un numero razionale p che verifichi $q_1 < p < q_2$. Sempre senza calcolare gli allineamenti decimali, è possibile stabilire se q_1 e q_2 corrispondono ad allineamenti decimali finiti, infiniti periodici oppure infiniti non periodici? Giustificare esaurientemente le proprie affermazioni.

Esercizio 16 : [Maggio 2023] Siano $q_1 = \frac{125}{36}$ e $q_2 = \frac{251}{125}$.

- Senza fare divisioni, stabilire se q_1 e q_2 corrispondono ad allineamenti decimali finiti, infiniti periodici o infiniti non periodici, giustificando adeguatamente le proprie affermazioni.
- Calcolare poi $p = q_1 \cdot q_2$ ed infine trasformare p in allineamento decimale. L'ordine di grandezza del risultato ottenuto è plausibile? Giustificare le proprie affermazioni.

Esercizio 17 : [Giugno 2023] Siano $q_1 = 4,\bar{9}$ e $q_2 = 5,1$. Sono corretti i calcoli $q_1 + q_2 = 10,1$ e $q_1 \cdot q_2 = 25,5$? Argomentare esaurientemente le proprie affermazioni. Sia poi $q_3 = 3,5\bar{1}$. Calcolare $q_3 : q_1$ come allineamento decimale.

Esercizio 18 : [19 Settembre 2023] Senza trasformarli nei decimali equivalenti, disporre in ordine crescente i seguenti numeri razionali:

$$q_1 = \frac{13}{42}, \quad q_2 = \frac{12}{41}, \quad q_3 = \frac{1}{3}.$$

Giustificare esaurientemente le proprie affermazioni.

Esercizio 19 : [17 Gennaio 2024] Dato un numero $q = \frac{a}{b}$ con $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$, è possibile determinare *a priori* se l'allineamento decimale di q sarà finito, infinito periodico oppure infinito non periodico? **Giustificare quanto più possibile le proprie affermazioni.**

Siano ora $q_1 = \frac{153}{38}$ e $q_2 = \frac{753}{75}$.

1. Decomporre 153 e 38 in fattori primi. Dedurre quindi dalla fattorizzazione ottenuta e dall'argomento precedente, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di q_1 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.
2. Ridurre q_2 ai minimi termini e determinare, senza fare ulteriori calcoli, se l'allineamento decimale di q_2 è finito, infinito periodico oppure infinito non periodico.

Esercizio 20 : [31 Gennaio 2024] Si consideri l'algoritmo di divisione seguente:

$$\begin{array}{r} 35 : 4 = 8,75 \\ 30 \\ 20 \end{array}$$

Scrivendo

$$\frac{35}{4} = \frac{4 \times 8 + 3}{4} = \dots$$

completare la decomposizione per illustrare il significato degli zeri aggiunti al 3 e poi al 2 nell'algoritmo.