Modulo 2.1

Descrizione della tecnologia

Tecnologia

- Una “tecnologia” è un processo tramite il quale degli **inputs** sono trasformati in un **output**.

- E.g. del lavoro, un computer, un proiettore, elettricità ecc. hanno prodotto questa lezione.

- La domanda (ovvia ma fondamentale) che bisogna porsi è: se si possono utilizzare varie tecnologie, qual’è la migliore?

- Per rispondere, dobbiamo studiare le “tecnologie”.

Input

- x_i denota il livello di utilizzo dell'input i.
- Un vettore di input è una lista di livelli di input. $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.
- E.g. $(x_1, x_2, x_3) = (6, 0, 9.3)$ significa che vengono usate 6 unità del primo input e 9.3 unità del terzo.

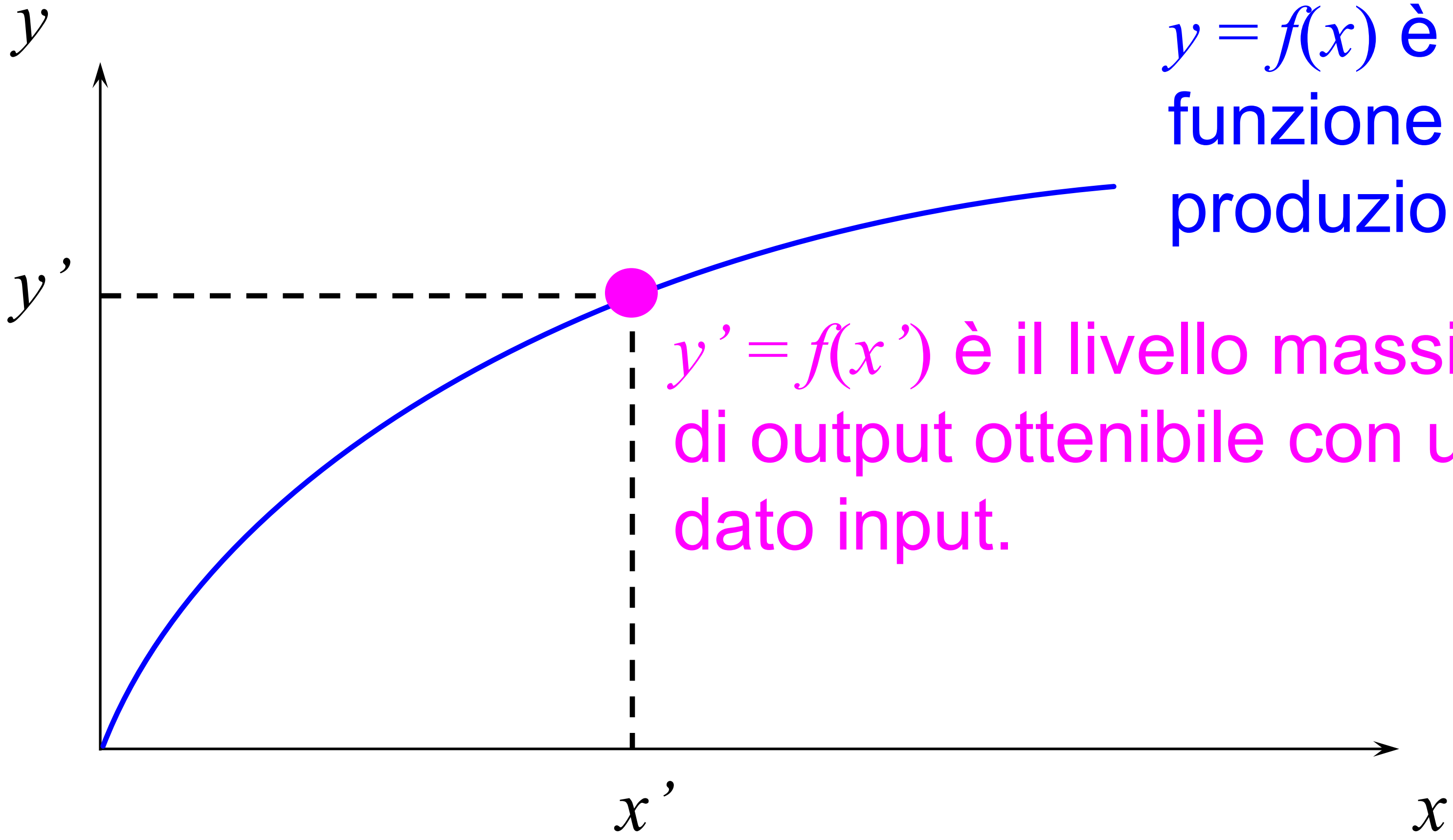
Funzione di produzione

- y denota il livello di output.

- La funzione di produzione (relativa alle tecnologie disponibili) definisce il **massimo** ammontare di output conseguibile dato un vettore di input.

$$y = f(x_1, \ldots, x_n)$$

Esempio con un solo input (x) ed un solo output (y)



$y = f(x)$ è la funzione di produzione.

$y' = f(x')$ è il livello massimo di output ottenibile con un dato input.

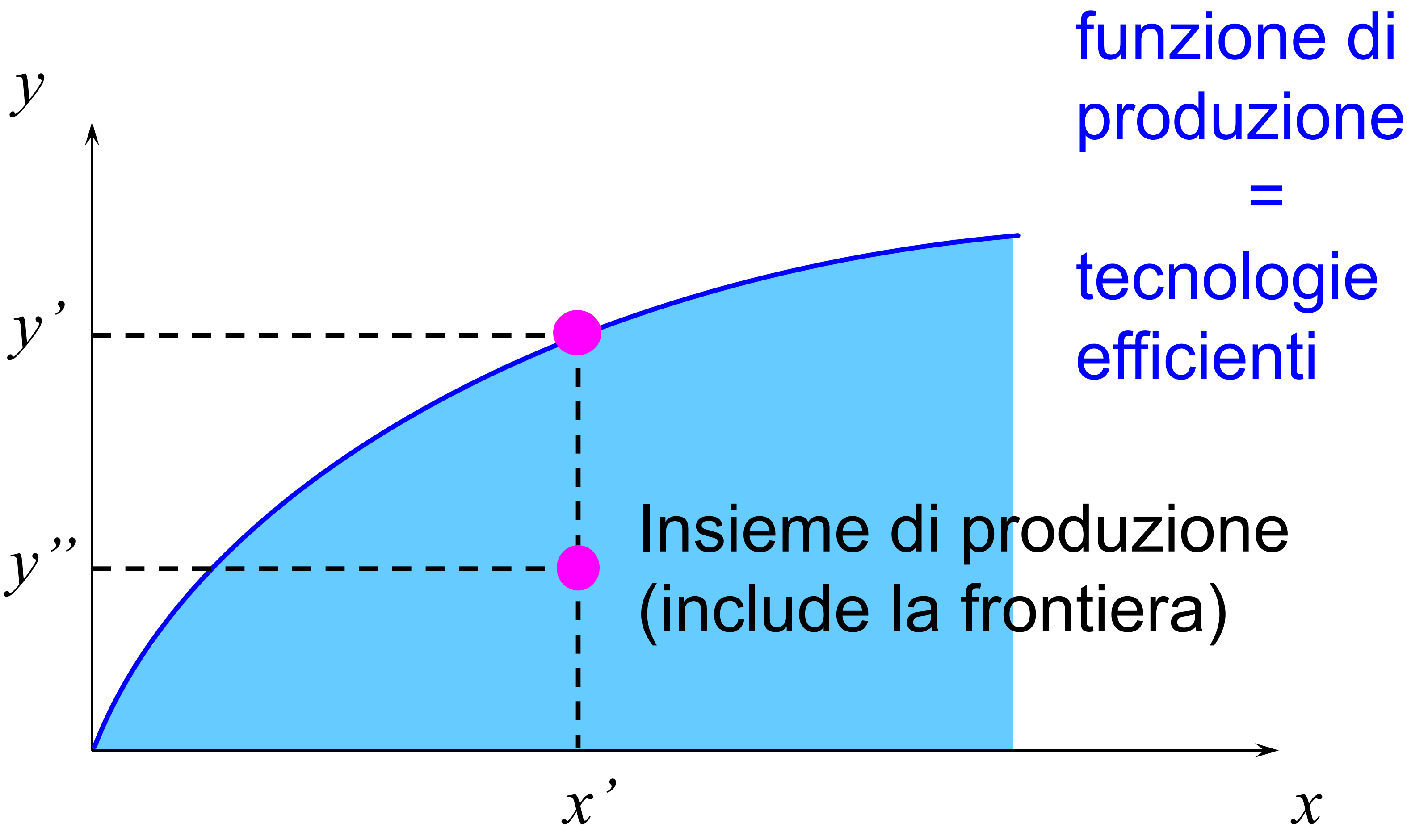
Insieme di produzione

- L'insieme di produzione è costituito da tutti i "piani di produzione fattibili" (= da tutte le combinazioni di input ed output tecnicamente realizzabili).

- Un piano di produzione è fattibile se:

$$y \leq f(x_1, \ldots, x_n)$$

Esempio con un solo input ed un solo output



Tecnologie con due inputs

- Caso con due inputs: i livelli di input sono x_1 e x_2. Il livello di output è y.

- Un esempio di funzione di produzione è:

$$y = f(x_1, x_2) = 2x_1^{1/3}x_2^{1/3}.$$

- L'output massimo ottenibile dal vettore $(x_1, x_2) = (1, 8)$ è

$$y = 2x_1^{1/3}x_2^{1/3} = 2 \times 1^{1/3} \times 8^{1/3} = 2 \times 1 \times 2 = 4.$$

- Possiamo pensare di ottenere y con diverse combinazioni di x_1 e x_2.
- Tutti i vettori di input che consentono di ottenere **al massimo** il livello di produzione y costituiscono l'isoquanto tracciato per il livello produttivo.
- E' la stessa idea che sta alla base delle curve di indifferenza, tuttavia gli isoquanti sono contrassegnati in base alla quantità (misurabile) di y.

- Disegneremo gli isoquanti per la funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

- Esplicitando per x_2 (y rappresenta un dato!) si ottiene:

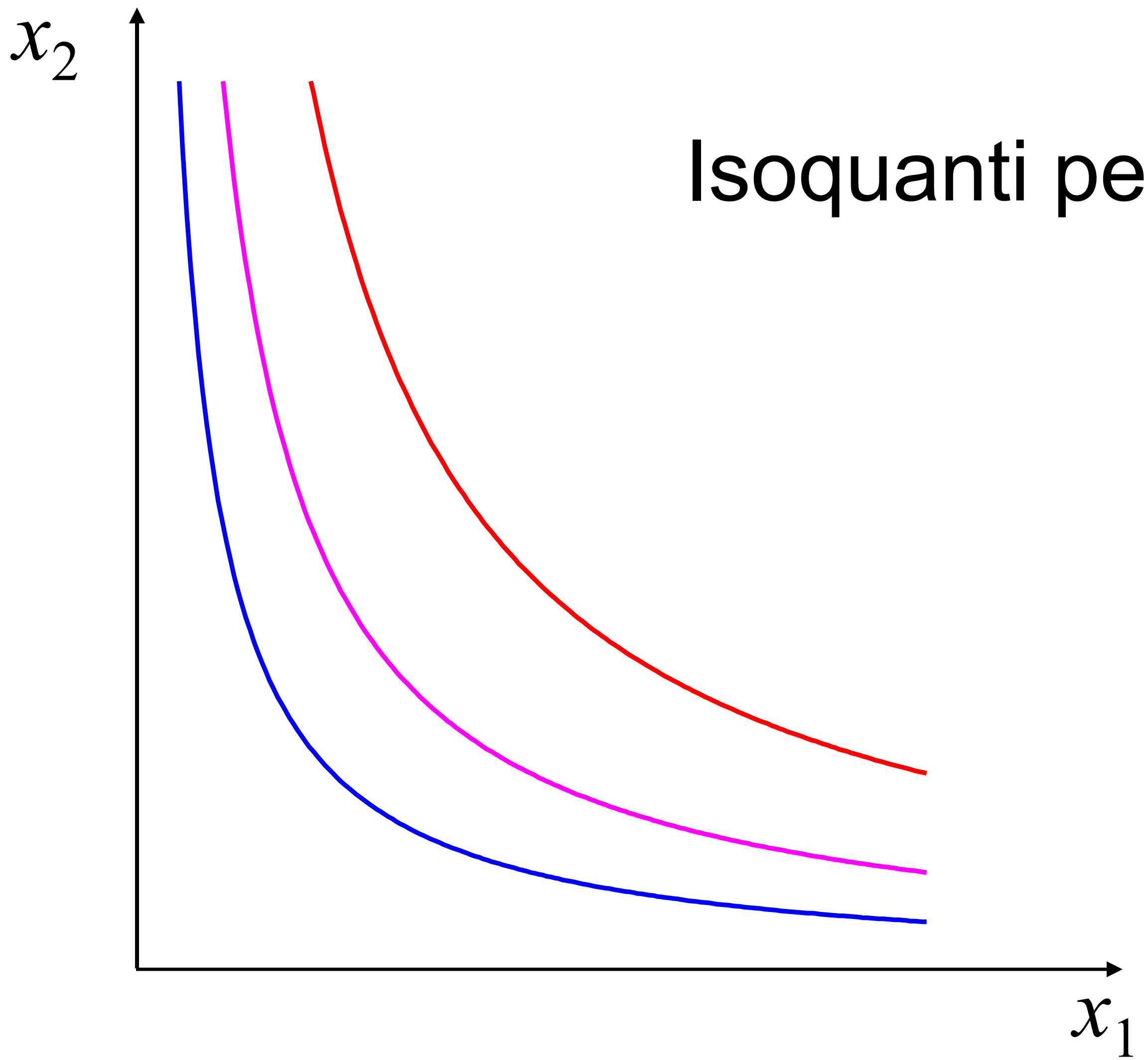
$$x_2 = y^3 / x_1$$

- Si tratta di una famiglia di rami di iperboli: se x_1 tende a infinito, x_2 tende a 0.

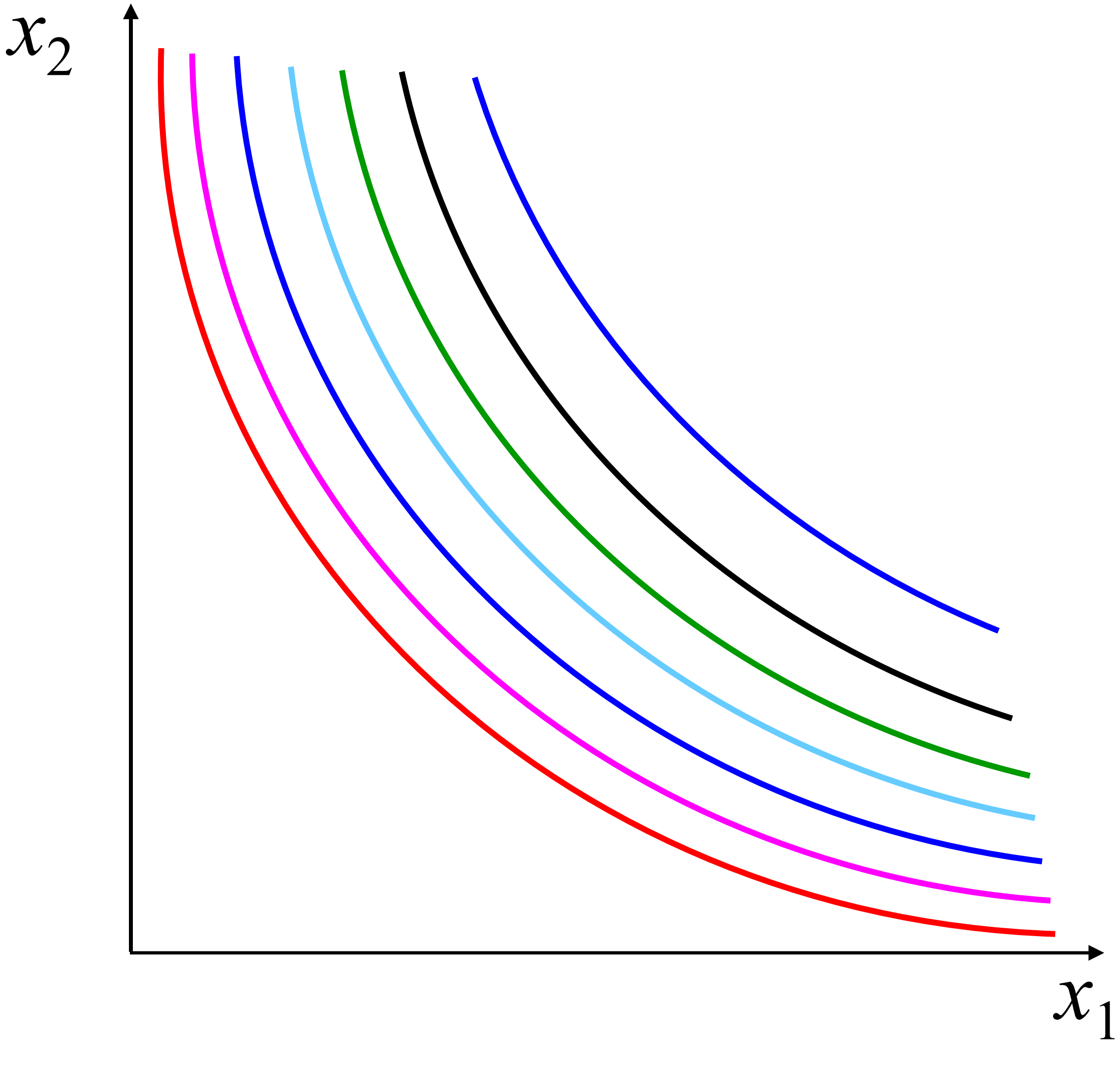
- Inoltre, se x_2 tende a infinito, x_1 tende a 0.

- Gli isoquanti si avvicinano agli assi senza toccarli ‘asintoticamente’.

$$\hat{y} = x_1^{1/3} x_2^{1/3} \Rightarrow x_2 = \hat{y}^3 / x_1$$



- In generale, tanto maggiore è il numero di isoquanti noti, tanto maggiori sono le nostre informazioni a riguardo della tecnologia.


x_2
x_1

- La collezione completa degli isoquanti si definisce mappa degli isoquanti.

- La mappa degli isoquanti è equivalente alla funzione di produzione (rappresentano lo stesso concetto).

Tecnologia Cobb-Douglas

- La funzione di produzione Cobb-Douglas, in generale, presenta la forma

$$y = A x_1^{a_1} x_2^{a_2} \times \cdots \times x_n^{a_n}.$$

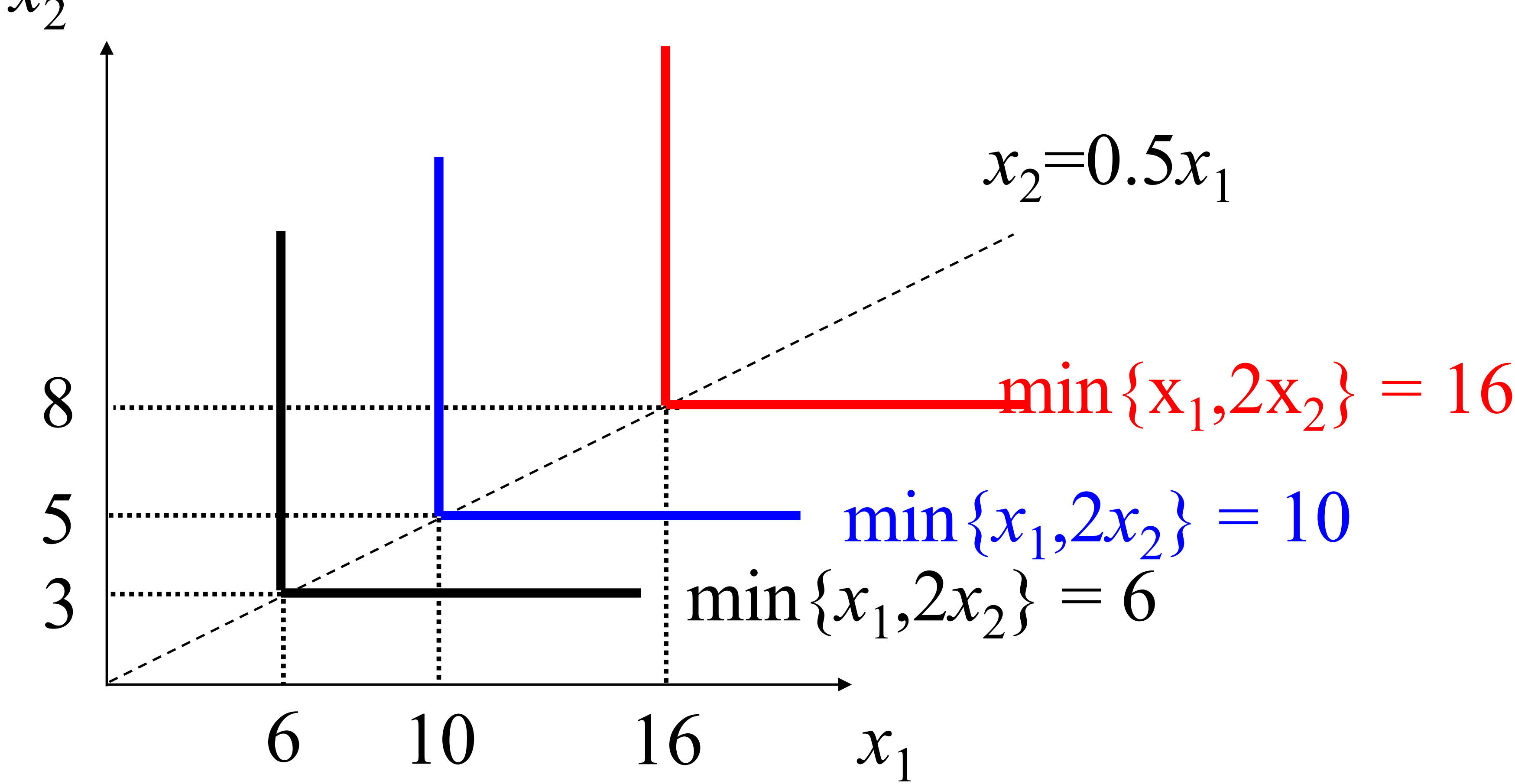
- Ad esempio, con n=2, A=1, a_1=a_2=1/3, si ottiene il caso studiato precedentemente:

$$y = x_1^{1/3} x_2^{1/3}$$

Tecnologia in proporzioni fisse

- Consideriamo il “centro assistenza clienti” di una data impresa.
- Supponiamo che sia organizzato il modo tale che una “unità di risposta” alle chiamate debba essere composta da due impiegati e da un computer.
- E’ questo il caso di una funzione di produzione “a proporzioni fisse”.
- La forma della funzione è data da: $y=\min(1/2x_1,x_2)$ dove x_1=impiegati; x_2=computers.

$$y = \min\{x_1, 2x_2\}$$



- Abbiamo analizzato il caso particolare di una funzione di produzione a proporzioni fisse la cui formulazione generale è:

$$y = \min\{ a_1 x_1, a_2 x_2, \ldots, a_n x_n \}.$$

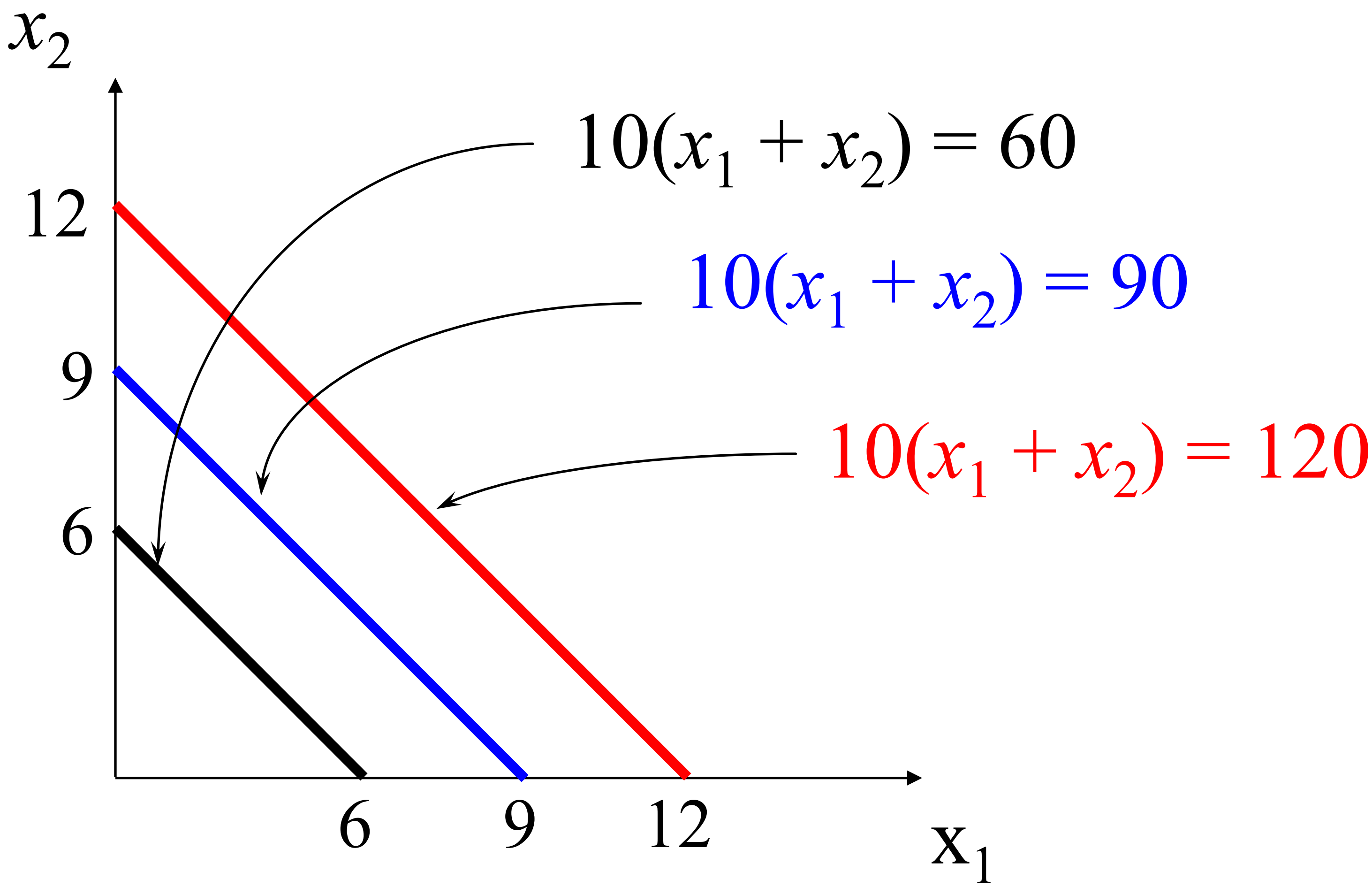
Tecnologia con perfetti sostituti

- Cavalli da tiro (x_1) e muli (x_2) possono svolgere le stesse mansioni in alcuni lavori agricoli: sono perfetti sostituti.

- La produzione dipende dal numero di animali disponibili, non dal loro tipo.

- E.g. $y=10(x_1+x_2)$

$$y = 10(x_1 + x_2)$$



Isoquanti lineari e paralleli

- Abbiamo analizzato il caso particolare di una funzione di produzione con perfetti sostituti la cui formulazione generale è:

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n.$$

Proprietà della tecnologia

- Una tecnologia si definisce “well-behaved” se è:

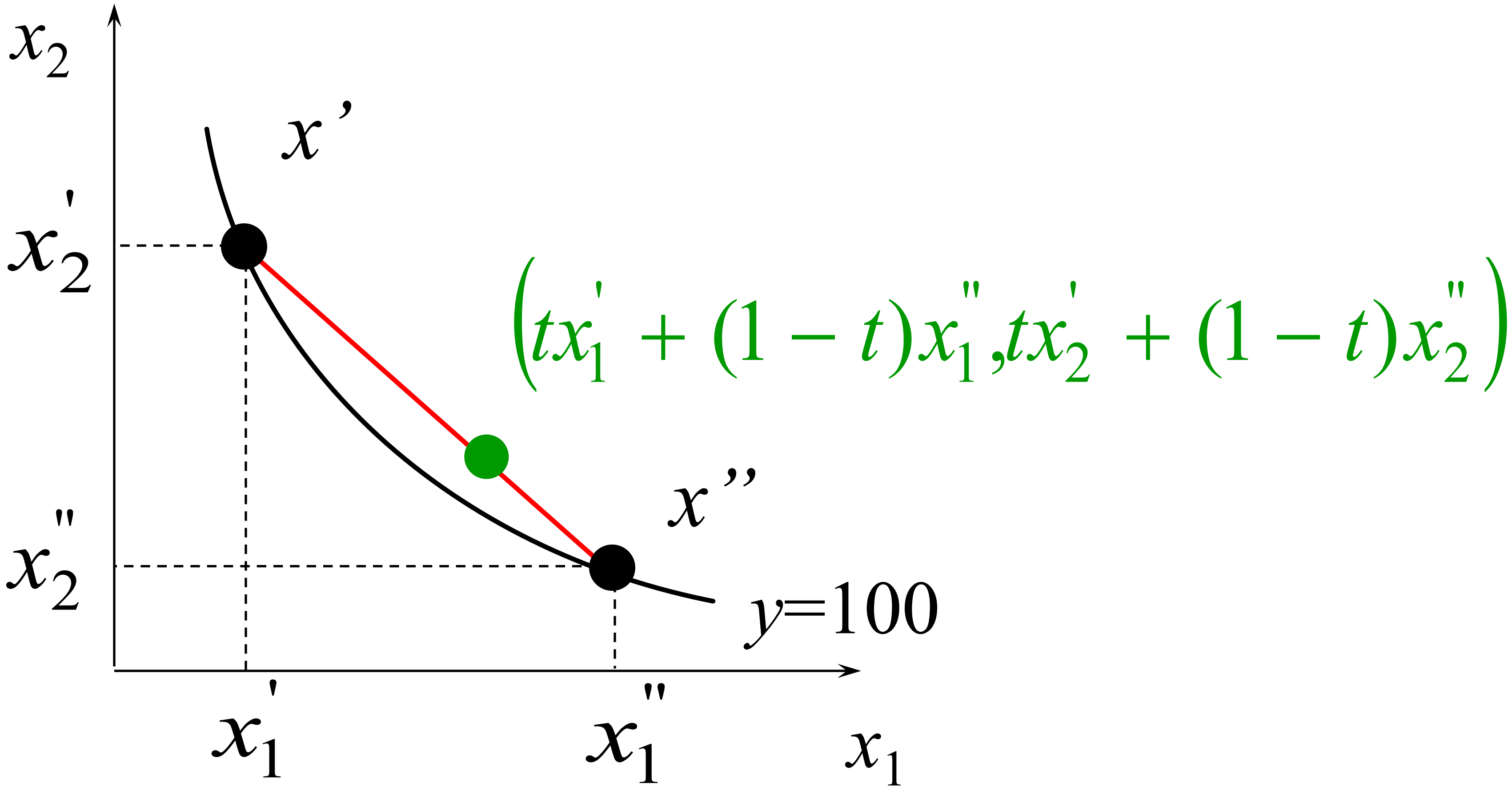
  convessa

  monotona

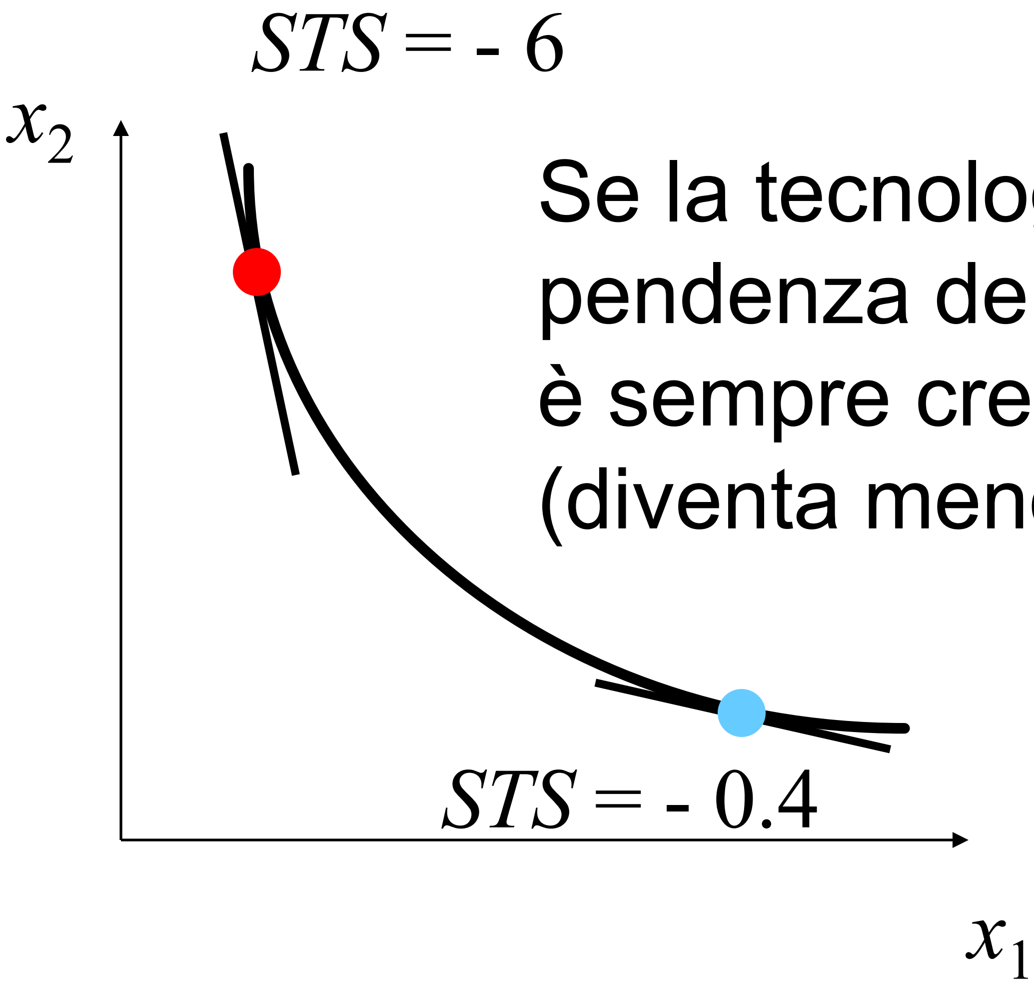
- Convessità: se i vettori di input x' e x'' producono entrambi y unità di output allora la combinazione:

$tx' + (1-t)x''$ [con $0 < t < 1$]

produce almeno y unità di output, per qualsiasi $0 < t < 1$.



x_2
x'
x_2'
$\left(tx_1' + (1-t)x_1'', tx_2' + (1-t)x_2''\right)$
x''
x_2''
$y=100$
x_1'
x_1''
x_1



Se la tecnologia è convessa,la pendenza dell’isoquanto (STS) è sempre crescente con x_1 (diventa meno negativa).

Monotonicità: un incremento di qualsiasi input genera più output.

E.g. all'aumentare di x_2, l'output aumenta