Modulo 6

Teoria dei giochi

Ipotesi circa:]

]

- la descrizione “oggettiva” della situazione]

]

- il grado di conoscenza della situazione da]
  parte dell’agente]

]

- il tipo di comportamento adeguato (“razionale”)] ***Explanans***
  rispetto alla situazione]

]

+]

]

Principio di razionalità: gli agenti <u>agiscono sempre</u>]
in modo razionale, cioè appropriato in base alla]
situazione come sopra descritta.]

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Predizioni della teoria] ***Explanandum***

NB: Solo l’individuo può riconoscere quale comportamento risulta “adeguato alla situazione”, da cui la definizione di <u>“individualismo metodologico”</u>

Da *Karl Popper,* **Il principio di razionalità**

«… per quanto concerne le scienze sociali … possiamo costruire i nostri modelli per mezzo **dell'*analisi situazionale***, la quale ci consente di costruire modelli (anche se piuttosto grossolani) di tipiche situazioni sociali.
La tesi che voglio sostenere è che solamente per questa via noi possiamo comprendere e spiegare ciò che accade nella società, ovvero i cosiddetti eventi sociali.»

Da *Karl Popper,* **Il principio di razionalità**

«Allorché **l'analisi situazionale** ci si presenta attraverso modelli sorge però la questione di che cosa corrisponda, in questo caso, a quelle leggi universali newtoniane che,… , 'animano' il modello del sistema solare. In altri termini: come viene 'animato' il modello di una situazione sociale?»

Da *Karl Popper*, **Il principio di razionalità**

«È caratteristica essenziale **dell'analisi situazionale** che, per 'animarla', sia sufficiente l'ipotesi che i vari soggetti coinvolti si comportino ***adeguatamente*** o ***appropriatamente***, ovvero in accordo con la situazione considerata.
Vi è quindi coinvolta una sola legge fondamentale – **il principio di comportarsi in modo adeguato alla situazione**. Si tratta chiaramente di un principio pressoché vuoto. È noto in letteratura con il termine di ***'principio di razionalità'***,… »

Esempi di «comportamento adeguato alla situazione»

- Consumatore: - massimizza il livello di utilità

- Produttore: - minimizza i costi
  - massimizza i profitti

- Scelte collettive: - massimizzazione del benessere

- Ecc.

Razionalità individuale vs. razionalità strategica

- Gli esempi precedenti rappresentano casi di razionalità individuale (come si suppone reagisca l'individuo di fronte alla situazione ipotizzata)
- Razionalità **strategica**: come si comporterà l'individuo allorché il risultato delle proprie scelte dipende anche dalle scelte di altri individui.

Teoria dei giochi

- La “teoria dei giochi” analizza proprio situazioni in cui gli agenti comprendono che le loro azioni influenzano le azioni degli altri agenti ed a loro volta ne vengono influenzate.

- Tali situazioni si definiscono **situazioni strategiche**.

- Analisi di oligopolio (industrie composte da poche aziende).

- Studio dei cartelli; e.g. OPEC.

- Analisi delle strategie politiche o militari.

Giochi

- Un gioco tipicamente consiste di:

  - un insieme di giocatori (tipicamente due, nei nostri esempi);

  - un insieme di strategie (azioni) per ciascun giocatore;

  - i “payoffs” per ciascun giocatore, specificati per quasiasi possibile combinazione di strategie scelte dai giocatori.

Giochi con due agenti

- Un gioco con solo due giocatori si definisce gioco con due agenti.
- Analizziamo solo giochi in cui ci sono solo due giocatori, ciascuno dei quali ha a disposizione solo due strategie.

Esempio: il dilemma del prigioniero

- Gli agenti sono Bonnie e Clyde, due noti rapinatori.
- Essendo stati catturati dalla polizia, entrambi i giocatori hanno due strategie (Confessare e Tacere).
- Discuteremo i loro payoffs e costruiremo poi una tavola che mostra i loro payoffs per ciascuna delle quattro possibili combinazioni di strategie (matrice dei payoff del gioco).

- Se nessuno di loro confessa, vengono entrambi condannati ad una pena lieve, in quanto le prove per le passate rapine sono scarse. (Payoff = -5).

- Se entrambi confessano, la condanna riguarda un numero maggiore di reati, ed è più grave nonostante gli sconti di pena per i “pentiti”. (Payoff = -10).

- Se uno solo confessa, diventa un testimone chiave e la pena gli viene condonata (Payoff = 0), mentre all’altro bandito viene inflitta la pena massima (Payoff= -20).

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(-5,-5)	(-20,0)
	C	(0,-20)	(-10,-10)

I payoffs di Bonnie sono mostrati per primi (es: -20), quelli di Clyde per secondi (es: 0).

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(-5,-5)	(-20,0)
	C	(0,-20)	(-10,-10)

Se Bonnie Tace e Clyde Confessa, il risultato è (-20,0).

Se Bonnie tace (T), allora la risposta ottima per Clyde è confessare (C).

- Infatti, se Bonnie tace, per Clyde la risposta ottima è confessare, così facendo ottiene 0 invece di –5, che è il payoff che otterrebbe tacendo.

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(-5,-5)	(-20,0)
	C	(0,-20)	(-10,-10)

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(-5,-5)	(-20,0)
	C	(0,-20)	(-10,-10)

Se Bonnie confessa (C), allora la risposta ottima per Clyde è confessare (C).

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(-5,-5)	(-20,0)
	C	(0,-20)	(-10,-10)

Non importa quello che fa Bonnie, la risposta ottima per Clyde è sempre confessare.

Confessare è una strategia dominante per Clyde.

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(-5,-5)	(-20,0)
	C	(0,-20)	(-10,-10)

Similmente, indipendentemente da come agisce Clyde, la risposta ottima di Bonnie è sempre confessare.

Confessare è una strategia dominante anche per Bonnie.

Equilibrio di Nash

- Un risultato del gioco in cui la strategia di ciascun agente è una risposta ottima all'azione degli altri agenti costituisce un equilibrio di Nash.
- Nel nostro esempio sia per Bonnie sia per Clyde è sempre ottimale "rispondere" confessando a qualsiasi azione del rivale.
- Il risultato associato conseguibile con le due strategie di confessione (cioè -10, -10) è l'equilibrio di Nash.

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(-5,-5)	(-20,0)
	C	(0,-20)	(-10,-10)

Il solo equilibrio (di Nash) per questo gioco è (C,C).

Notate che le strategie (T,T) garantiscono sia a Bonnie sia a Clyde un payoff più elevato.

L'unico Nash-equilibrio è Pareto-inefficiente.

Un’esempio con equilibri multipli

- I giocatori sono due imprese, Wk e Xy, che devono decidere se partecipare o meno ad una joint venture di ricerca.
- Ciacuna impresa ha quindi due strategie (partecipare, P e non partecipare, NP).
- Se entrambe partecipano, le risorse sono sufficienti a garantire lo sviluppo di un nuovo prodotto e quindi profitti per 5 (milioni di €) a ciascuna impresa.
- Se solo una impresa partecipa, il progetto fallisce e l’impresa sopporta costi per 4 (milioni di €).

Ecco la matrice dei profitti (payoffs).

		Impresa Xy: P	Impresa Xy: NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

(P, NP) è una coppia di azioni ragionevoli?

		Impresa Xy: P	Impresa Xy: NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

Se Xy sceglie NP, la risposta ottima di Wk è NP, il suo payoff migliora da -4 a 0.

Quindi (P,NP) non è un risultato ragionevole.

(NP, NP) è una coppia di azioni ragionevoli?

		Impresa Xy P	Impresa Xy NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

Se Xy sceglie NP, la risposta ottima di Wk è appunto NP.

Quindi (NP,NP) è un risultato ragionevole.

$\boxed{\text{Consideriamo (NP, P).}}$

		Impresa Xy	
		P	NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

Se Xy sceglie P, la risposta ottima di Wk è P: i profitti aumentano da 0 a 5.

Quindi (NP,P) non è un risultato ragionevole.

Infine, consideriamo (P, P).

		Impresa Xy P	Impresa Xy NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

Se Xy sceglie P, la risposta ottima di Wk è appunto P.

Quindi (P,P) è un risultato ragionevole.

- Un risultato del gioco in cui una strategia per ciascun agente è una risposta ottima all’azione degli altri agenti costituisce un equilibrio di Nash.

- Nel nostro esempio esistono due equilibri di Nash: (NP,NP) e (P,P).

- Possono quindi esistere più equilibri di Nash

Impresa Xy

		P	NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

(P,P) e (NP,NP) sono entrambi equilibri di Nash.

- Anche in questo esempio, come in quello del “dilemma del prigioniero” un equilibrio (P,P) è preferibile all’ altro (NP,NP).

- Nei “giochi” possono (non devono!) sussistere equilibri Pareto inefficienti.

Giochi in sequenza temporale

- In entrambi gli esempi visti in precedenza, i giocatori hanno scelto le loro strategie simultaneamente.

- Questi giochi si definiscono giochi **simultanei**.

- Vi sono situazioni in cui un agente sceglie prima dell’altro giocatore (e quest’ultimo osserva la mossa del primo).

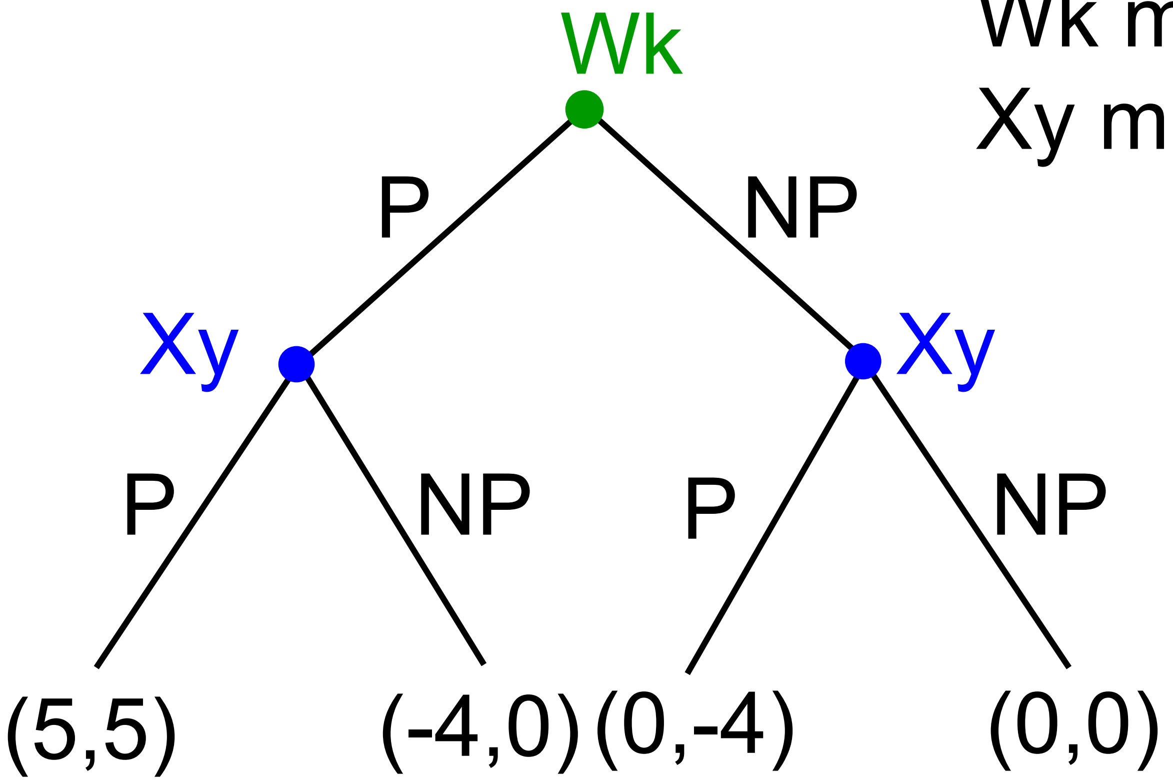
- Questi giochi sono **sequenziali**.

- L’agente che muove primo è spesso chiamato “leader”. Il giocatore che muove per secondo è il “follower”.

- Nel nostro secondo esempio, una delle due imprese – poniamo la Wk – potrebbe muovere per prima, finanziando una fondazione di ricerca.

- (E’ importante che finanzi un’istituzione terza, per rendere sicura Xy del fatto che vuole effettivamente investire in ricerca).

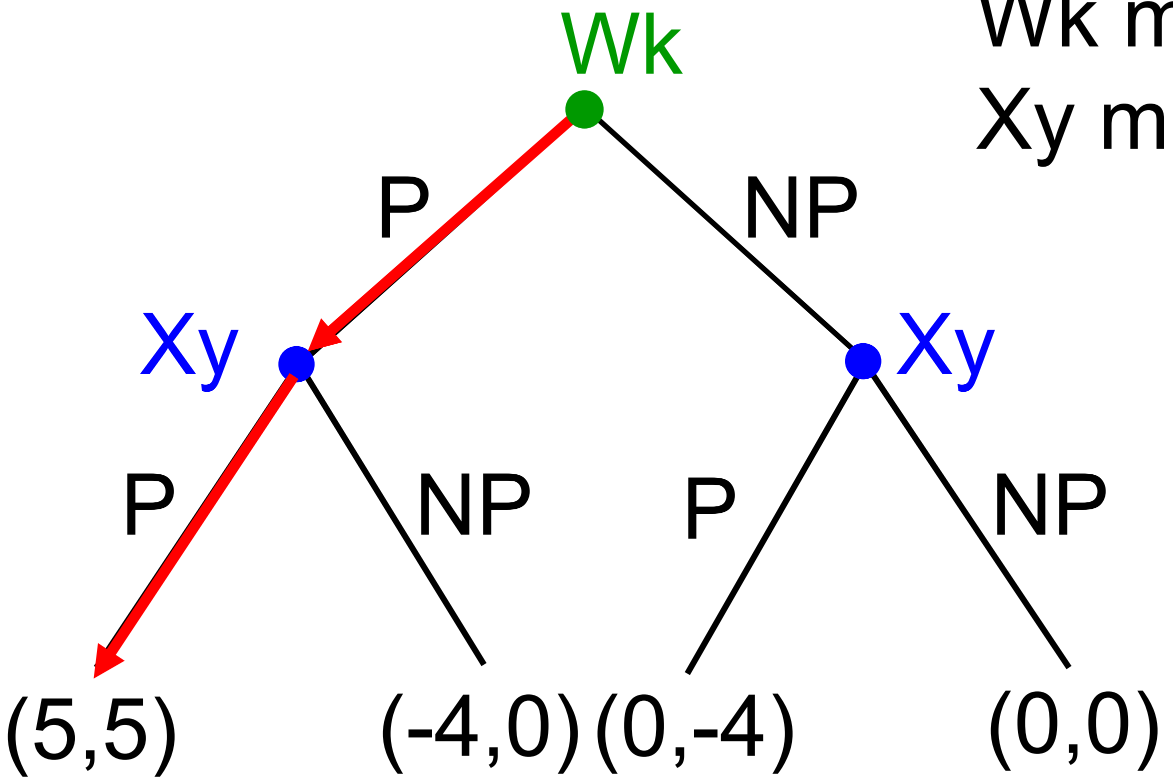
- Descriviamo quindi un gioco con la stessa matrice dei payoff del secondo esempio ma in cui ipotizziamo una sequenza temporale precisa: l’impresa Wk muove per prima (e Xy osserva la sua mossa).



Wk muove prima.
Xy muove seconda.

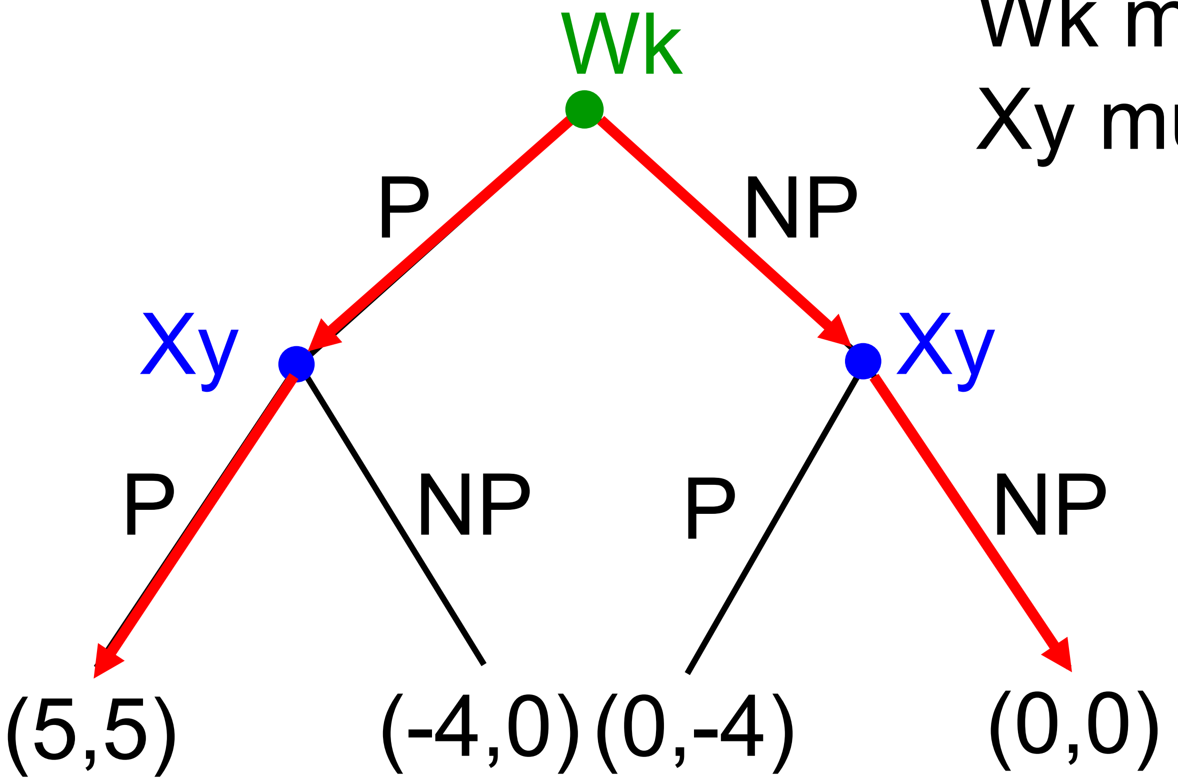
Questa rappresentazione si chiama “forma estesa”.

Wk muove prima.
Xy muove seconda.



(P,P) è un Nash-equilibrio.

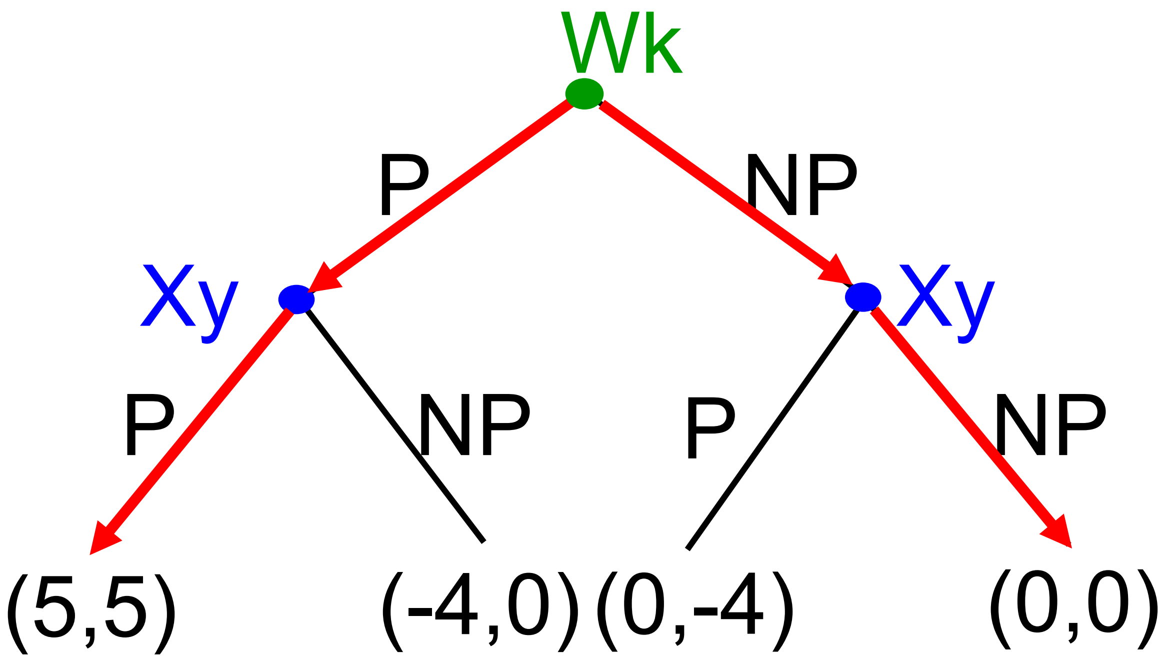
Wk muove prima.
Xy muove seconda.



(P,P) è un Nash-equilibrio.

(NP,NP) è pure un Nash-equilibrio.

Quale equilibrio verrà selezionato?



Se Wk gioca P, Xy gioca P; Wk ottiene 5.

Se Wk gioca NP, Xy gioca NP; Wk ottiene 0.

L’agente Wk prevede la scelta di Xy, quindi muove P: (P,P) è l’equilibrio.

Strategie pure

Ecco di nuovo il secondo esempio di gioco simultaneo.

		Impresa Xy	
		P	NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

Abbiamo individuato due equilibri di Nash, (P,P) e (NP,NP).

- Abbiamo lasciato scegliere il giocatore Wk tra la mossa P o la NP, ma non tra combinazioni delle due: Wk gioca semplicemente P o NP.

- P e NP sono le strategie pure (semplici) di Wk.

- Similmente, P e NP sono le strategie pure del giocatore Xy.

		Impresa Xy	
		P	NP
Impresa Wk	P	(5,5)	(-4,0)
	NP	(0,-4)	(0,0)

Conseguentmente, (P,P) e (NP,NP) sono gli equilibri di Nash in strategie pure.

Ogni gioco deve avere (almeno) un equilibrio di Nash in strategie pure?

Strategie “miste”

- Consideriamo un nuovo esempio: “calcio di rigore” (centravanti contro portiere).
- L’attaccante può decidere se tirare a destra (D) o a sinistra (S). D e S sono le sue strategie.
- Anche il portiere può decidere se tuffarsi a destra o a sinistra.
- I payoff sono rappresentati dalle probabilità di fare goal (o di subirlo) in ciascun caso.
- Notate che si suppone che il centravanti sia più forte nei tiri verso sinistra.

Ecco il nuovo esempio.

		Centravanti	
		S	D
Portiere	S	(-0.5,0.5)	(-0.8,0.8)
	D	(-1,1)	(0,0)

Esistono equilibri di Nash in strategie pure?

		Centravanti	
		S	D
Portiere	S	(-0.5,0.5)	(-0.8,0.8)
	D	(-1,1)	(0,0)

(D,D) non è un equilibrio di Nash.

Se il centravanti tira a D, la risposta ottima del portiere è D, ma se l’attaccante pensa che il portiere si tuffi a D, deve ovviamente tirare a S.

		Centravanti	
		S	D
Portiere	S	(-0.5,0.5)	(-0.8,0.8)
	D	(-1,1)	(0,0)

Ragionando in modo simile si capisce che:

(D,S) non è un equilibrio di Nash.

(S,S) non è un equilibrio di Nash.

(S,D) non è un equilibrio di Nash.

		Centravanti	
		S	D
Portiere	S	(-0.5,0.5)	(-0.8,0.8)
	D	(-1,1)	(0,0)

Il gioco non possiede Nash-equilibri in strategie pure.

Tuttavia, il gioco possiede un equilibrio di Nash, in strategie miste.

- Invece di giocare semplicemente “destra” o “sinistra”, l’attaccante può scegliere una distribuzione di probabilità (π_D,1-π_D), il che vuol dire che, con probabilità π_D, il centravanti gioca “destra” e con probabilità 1-π_D gioca “sinistra”.
- Il centravanti “mischia” le strategie pure “destra” e “sinistra”.
- La distribuzione di probabilità (π_D,1-π_D) è una strategia mista per il centravanti.

- Similmente, il portiere può scegliere una distribuzione di probabilità $(\pi_S, 1-\pi_S)$, il che vuol dire che, con probabilità π_S, gioca "sinistra" e con probabilità $1-\pi_S$ gioca "destra".
- Il portiere "mischia" le strategie pure "sinistra" e "destra".
- La distribuzione di probabilità $(\pi_S, 1-\pi_S)$ è una strategia mista per il portiere.

- Si dimostra che un gioco con un numero finito di giocatori e un numero finito di strategie presenta almeno un equilibrio di Nash in strategie miste (nell'esempio precedente con $\pi_D = 5/13$ e $\pi_S = 10/13$).

- Nelle prossime slides sono riportati altri esempi di equilibri in strategie miste da cui si comprenderà come si calcolano tali probabilità.

Gioco del Tennis

- Paolo e Mario giocano a tennis.
- Supponiamo che Paolo abbia fatto un volée a fondo campo. Potrebbe farlo in lungo linea (LL) oppure incrociando il colpo (IN). D’altra parte Mario non sa se aspettarsi un colpo in (LL) e prepararsi da quella parte oppure un colpo (IN) e prepararsi dall’altra parte e a sua volta potrebbe rispondere con un (LL) o un (IN). Potremmo supporre che tale gioco sia simultaneo (ciascun giocatore nasconde la propria strategia fino all’ultimo momento).
- I pagamenti in questo gioco sono le frequenze con cui un giocatore vince il punto in ogni combinazione di colpo passante e di copertura di colpo passante.

Forma strategica

		Mario	
		(LL)	(IN)
Paolo	(LL)	50,50	80,20
	(IN)	90,10	20,80

La pura strategia non è vincente

- Usando il metodo di ispezione cella per cella, si può vedere che non ci sono punti di equilibrio di Nash per la strategia pura.
- In tal caso è meglio comportarsi in modo non deterministico usando la strategia mista.

Mario

Paolo

	(LL)	(IN)
(LL)	50,50	80,20
(IN)	90,10	20,80

La strategia mista

- Sia p la probabilità che Paolo scelga (LL) così che la probabilità che scelga (IN) è 1-p
- $$p = P_{Paolo}(LL),$$

  .
- Sia q la probabilità che Mario si disponga in posizione (LL), così che la probabilità che si disponga in (IN) è 1-q

  $$q = P_{Mario}(LL),$$

- Aggiungiamo quindi le generiche strategie miste p-mix e q-mix alla tabella precedente.

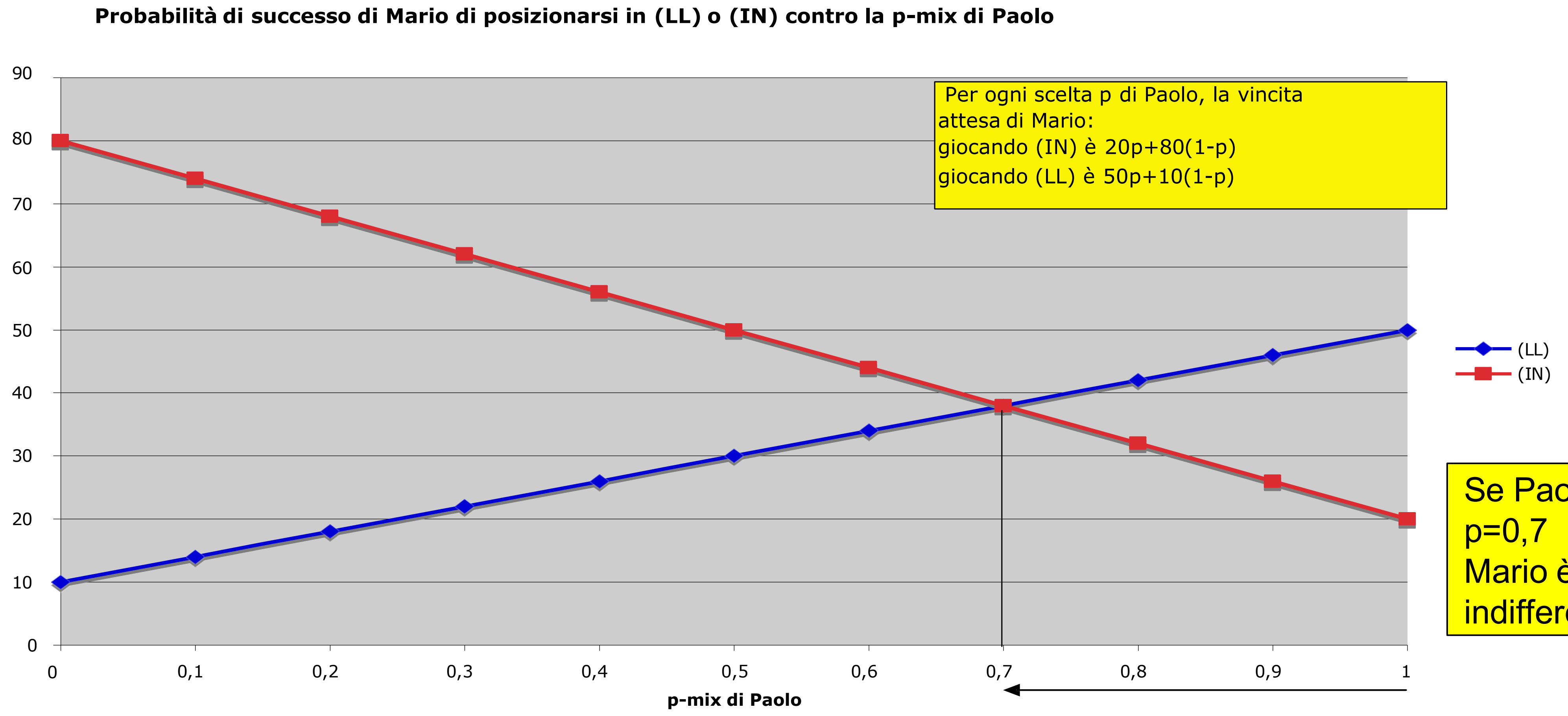
La strategia vincente

Mario

Paolo

	(LL)	(IN)	q-mix
(LL)	50,50	80,20	50q+80(1-q) 50q+20(1-q)
(IN)	90,10	20,80	90q+20(1-q) 10q+80(1-q)
p-mix	50p+90(1-p) 50p+10(1-p)	80p+20(1-p) 20p+80(1-p)	

Migliore scelta di p per Paolo (riga)



Se Paolo Sceglie p=0,7 La scelta di Mario è indifferente

Scegliamo p in modo da uguagliare le vincite che il proprio avversario potrebbe ricevere giocando le due strategie pure.

Quindi è necessario capire come la vincita del proprio avversario vari con p.

Algebricamente

- Paolo sceglie il valore di p che uguaglia la vincita di Mario nel posizionarsi in (LL) o (IN):

$$50p + 10(1-p) = 20p + 80(1-p) \Rightarrow$$

$$50p + 10 - 10p = 20p + 80 - 80p \Rightarrow$$

$$40p + 10 = 80 - 60p \Rightarrow$$

$$40p + 60p = 80 - 10 \Rightarrow$$

$$100p = 70 \Rightarrow$$

$$p = \frac{70}{100} = 0,7$$

…

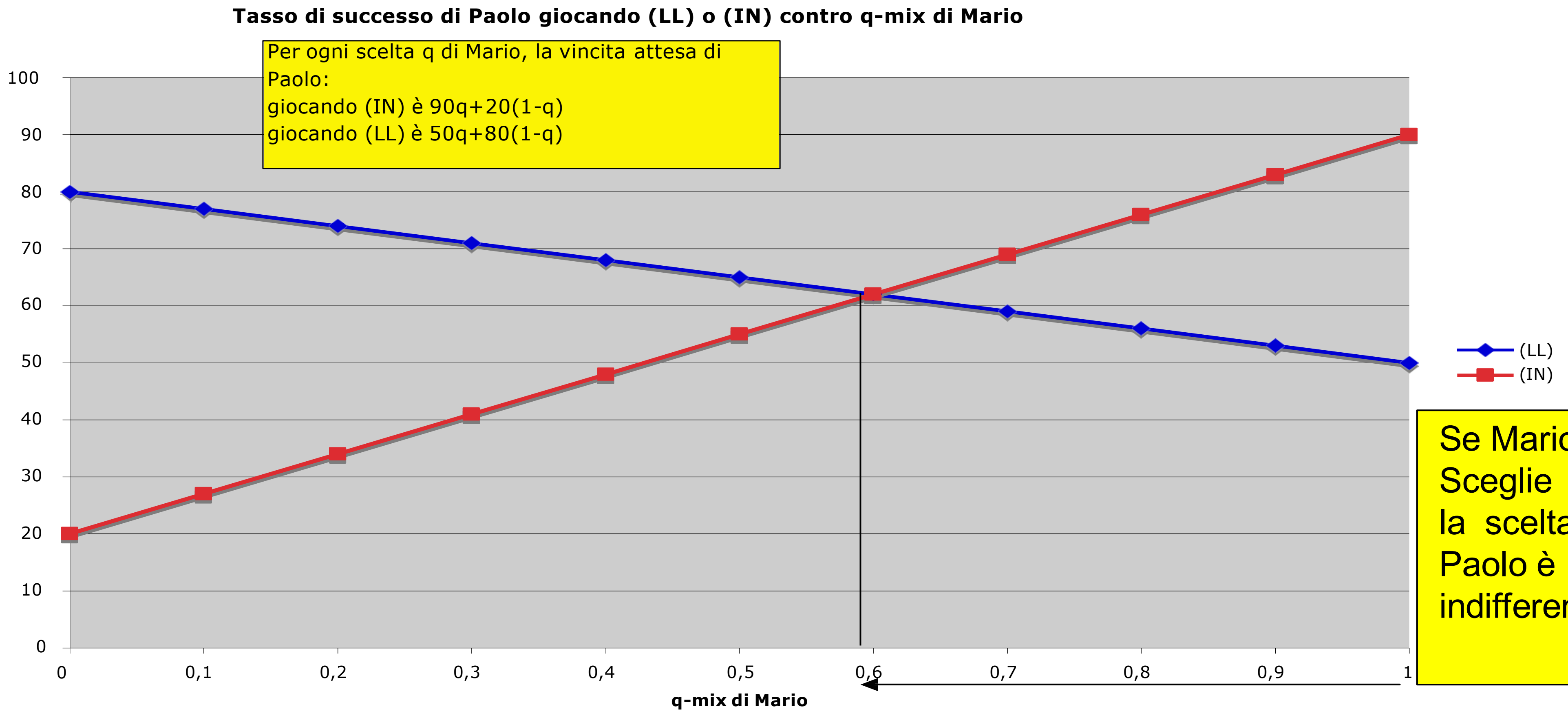
- Se Paolo sceglie (LL) con probabilità 0,7 e (IN) con probabilità 1-p=0,3, allora il tasso di successo di Mario è

(LL)=50(70%)+10(30%)=38%

(IN)=20(70%)+80(30%)=38%

- Poiché il gioco è a somma costante (100%) il tasso di successo di Paolo = 100%- tasso di successo di Mario= 100%-38%=62%.

Migliore scelta di q per Mario (colonna)



Se Mario Sceglie q=0,6 la scelta di Paolo è indifferente

Scegliamo q in modo da uguagliare le vincite che il proprio avversario potrebbe ricevere giocando le due strategie pure.

Quindi è necessario capire come la vincita del proprio avversario vari con q.

Algebricamente

- Mario sceglie il valore di q che uguaglia la vincita di Paolo nel posizionarsi in (LL) o (IN):

$$50q + 80(1-q) = 90q + 20(1-q) \Rightarrow$$

$$50q + 80 - 80q = 90q + 20 - 20q \Rightarrow$$

$$-30q + 80 = 20 + 70q \Rightarrow$$

$$-100q = -60 \Rightarrow$$

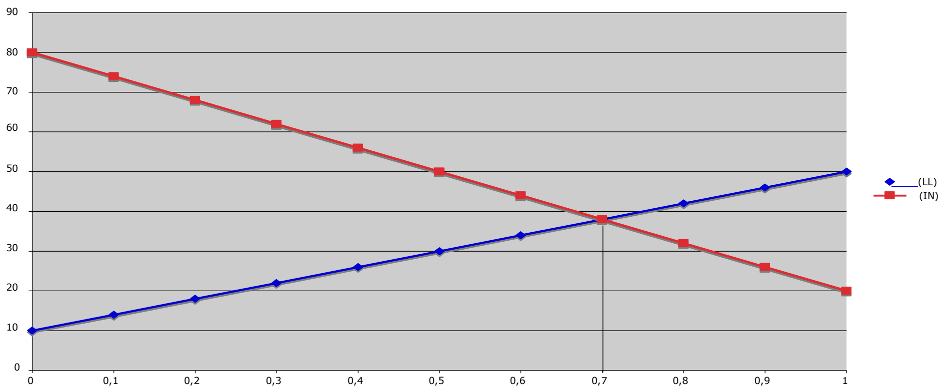
$$100q = 60 \Rightarrow$$

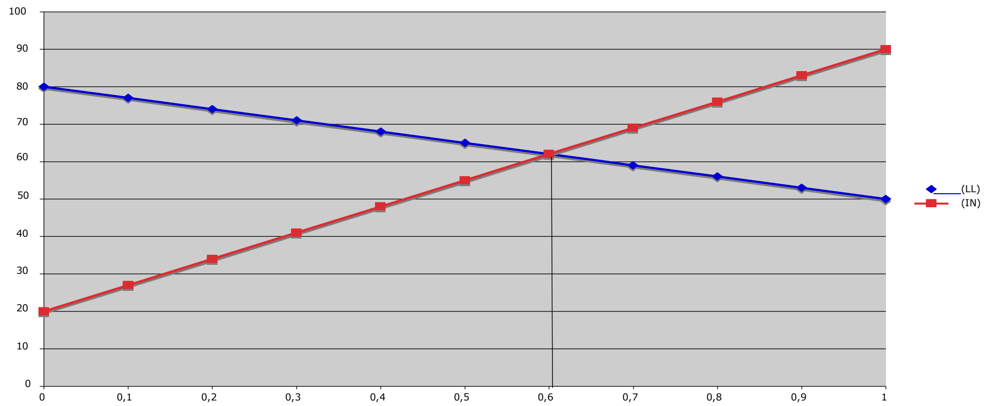
$$q = \frac{60}{100} = 0{,}6$$

L’equilibrio della strategia mista

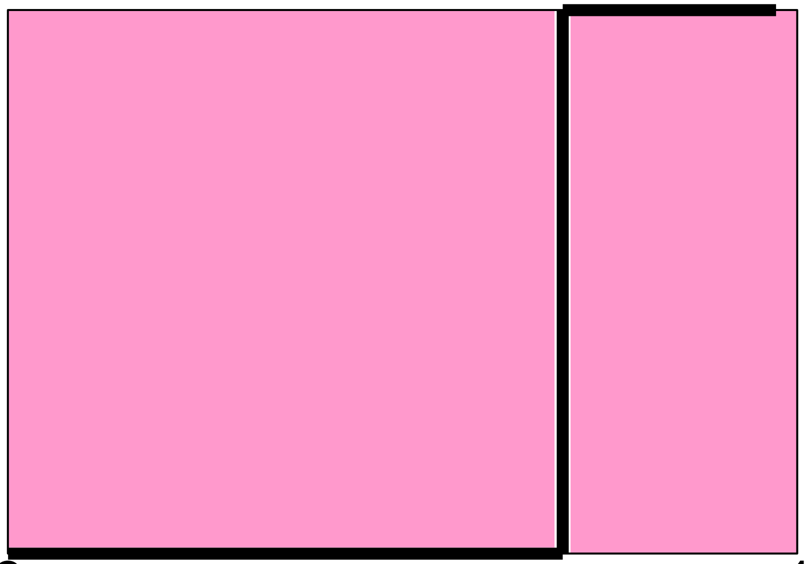
- L’equilibrio di Nash per una strategia mista in un gioco con 2 giocatori e 2x2 possibili scelte è $p>0$ e $q>0$ tali che p è la migliore risposta del giocatore di riga alla scelta del giocatore di colonna, q è la migliore risposta del giocatore di colonna alla scelta del giocatore di riga.
- Per $p=0,7$ e $q=0,6$, la vincita di Paolo è 62% e quella di Mario 38%.
- Le strategie pure sono strategie miste degeneri in cui $p=0,1$ e $q=0,1$. P.e. per p=0 e q=1 il giocatore di riga gioca sempre (IN) e quello di colonna sempre (LL).

Funzioni della risposta ottimale



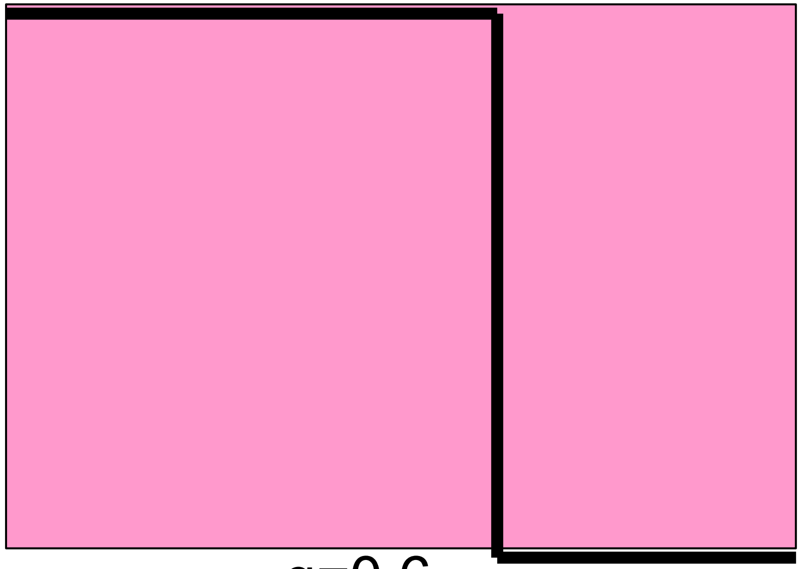


q=f(p)



0 p=0,7 1

p=g(q)



0 q=0,6 1

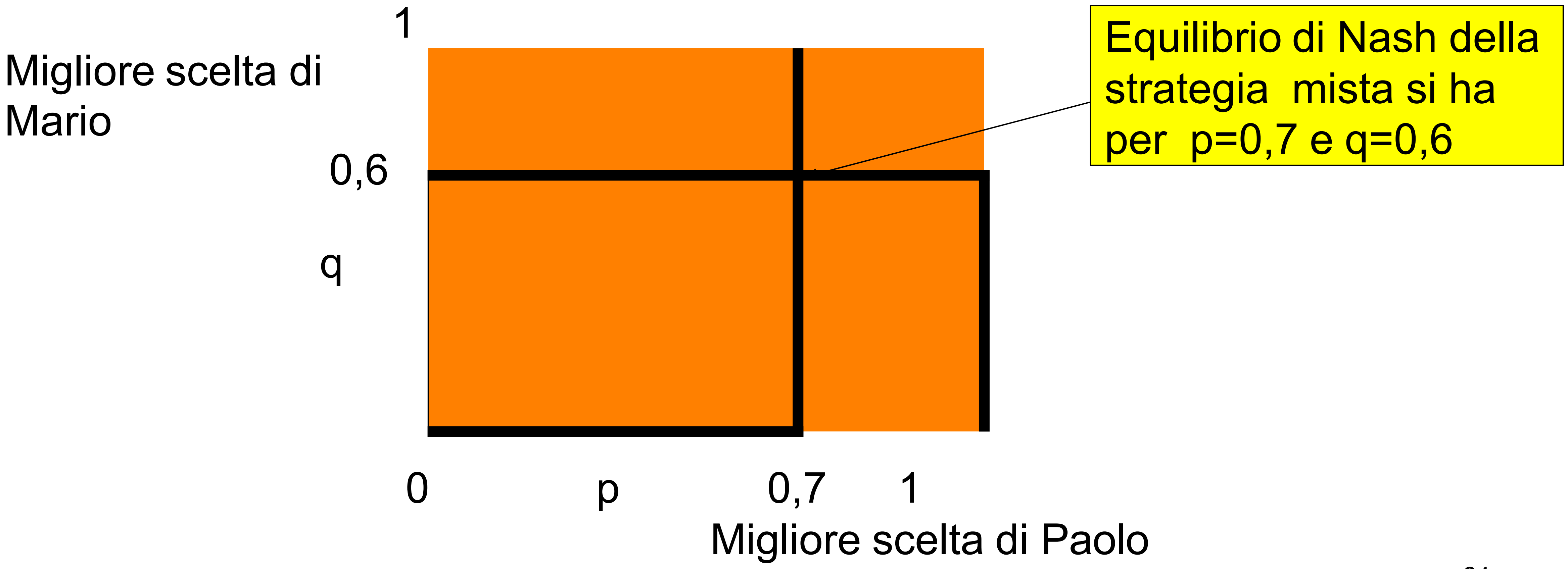
Funzioni di risposta ottimale

- Le funzioni di migliore risposta strategica

  $q=f(p)$ Paolo $p=g(q)$ Mario
- Se $p=q=0$ entrambi i giocatori scelgono (IN), mentre per $p=q=1$ la scelta di entrambi è (LL).
- Se $0 \leq p < 0{,}7$ allora la migliore risposta strategica di Mario è $q=0$ che corrisponde a (IN) perché la vincita è migliore (nel grafico la retta che corrisponde a (IN) è sopra a (LL)), mentre se $0{,}7 < p \leq 1$ allora la migliore risposta strategica di Mario è $q=1$ che corrisponde a (LL) perché la vincita è migliore.
- Se $0 \leq q < 0{,}6$ allora la migliore risposta strategica di Paolo è $p=1$ che corrisponde a (LL) perché la vincita è migliore (nel grafico la retta che corrisponde a (LL) è sopra a (IN)), mentre se $0{,}6 < q \leq 1$ allora la migliore risposta strategica di Paolo è $p=0$ che corrisponde a (IN) perché la vincita è migliore.

Equilibrio di Nash

Nella strategia pura (p=q=0 e p=q=1) non ci sono punti di equilibrio.



Lo stesso procedimento visto in precedenza funziona anche per trovare equilibri in strategie miste nei giochi a somma non costante.

Gioco dell'Introduzione nel Mercato (somma non nulla)

- Due ditte A e B devono decidere se aprire uno dei loro ristoranti in un centro commerciale. Le strategie sono "Aprire" e "Non Aprire".
- Se entrambe le ditte scelgono "Non Aprire" il profitto di entrambe sarà 0.
- Se una ditta decide di non aprire il ristorante mentre l'altra lo apre, allora il profitto della ditta che sceglie "Aprire" sarà di $300.000 mentre l'altra non avrà profitto.
- Se entrambe le ditte decidono di aprire un ristorante, entrambe perderanno $100.000 perché non c'è abbastanza domanda per due ristoranti cosicchè il loro profitto non sarà positivo.

Forma strategica. Ci sono equilibri di Nash?

Unità di misura $100.000

Ditta 2

Ditta 1

	Aprire	Non aprire
Aprire	-1,-1	3,0
Non aprire	0,3	0,0

Ispezione cella per cella: due combinazioni di strategie pure di equilibrio

Unità di misura $100.000

Ditta 2

Ditta 1

	Aprire	Non aprire
Aprire	-1,-1	3,0
Non aprire	0,3	0,0

Strategie miste

La Ditta 1 (2) vuole scegliere con probabilità p (q) in modo che sia indifferente se la Ditta 2 (1) scelga "Aprire" o "Non aprire".

La Ditta 1 sceglie con probabilità p in modo che la vincita della Ditta 2 sia la stessa con "Aprire" e "Non aprire".

Ditta 2

Ditta 1

	Aprire	Non aprire	q-mix
Aprire	-1,-1	3,0	-q+3(1-q) -q
Non aprire	0,3	0,0	0 3q
p-mix	-p -p+3(1-p)	3p 0	

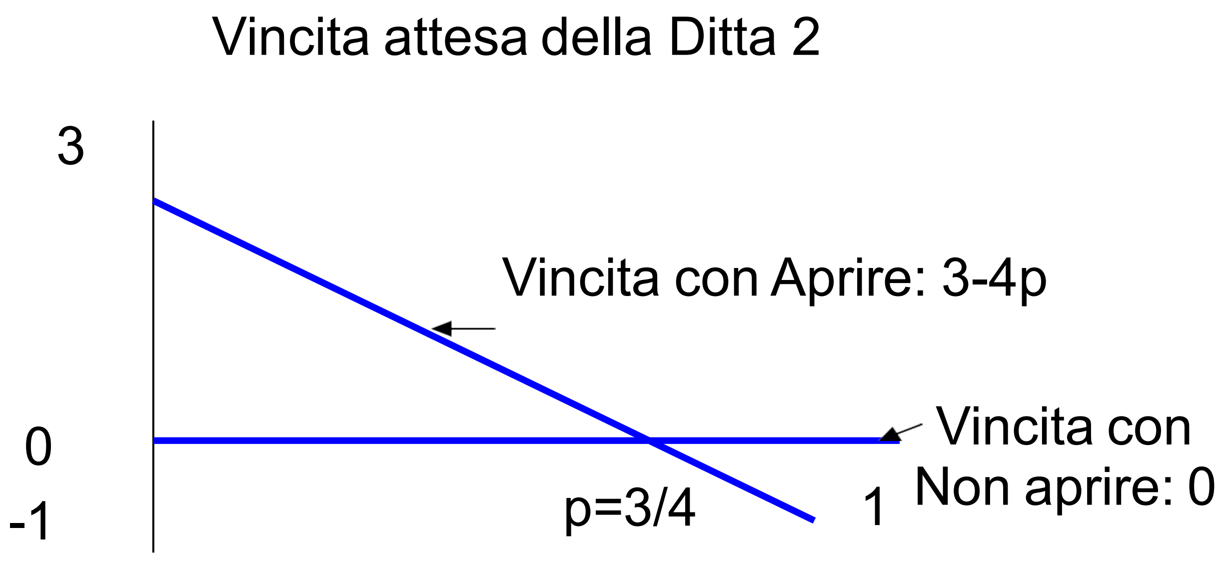
Algebricamente

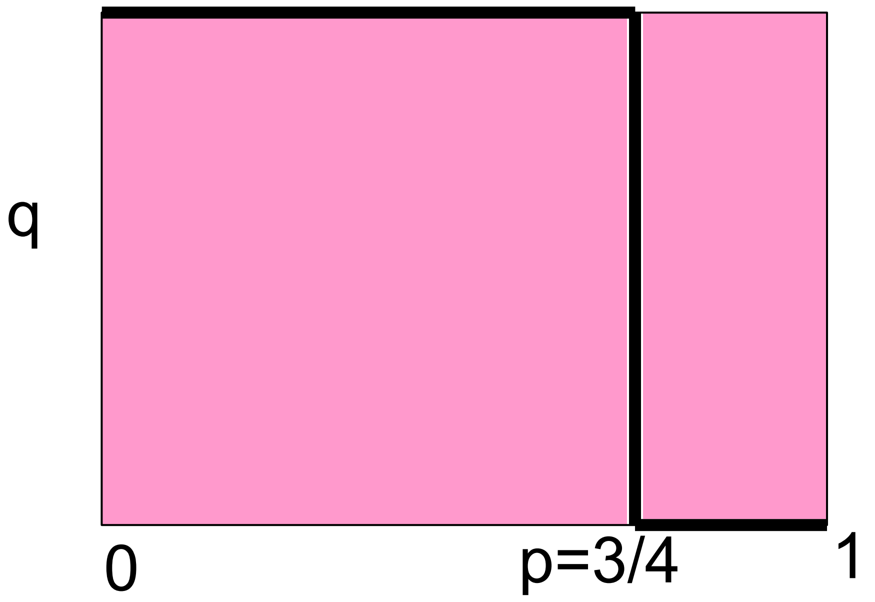
- Ditta 1:

  $-p+3(1-p)=0 \Rightarrow -p-3p=-3 \Rightarrow 4p=3 \Rightarrow p=3/4$
- Ditta 2:

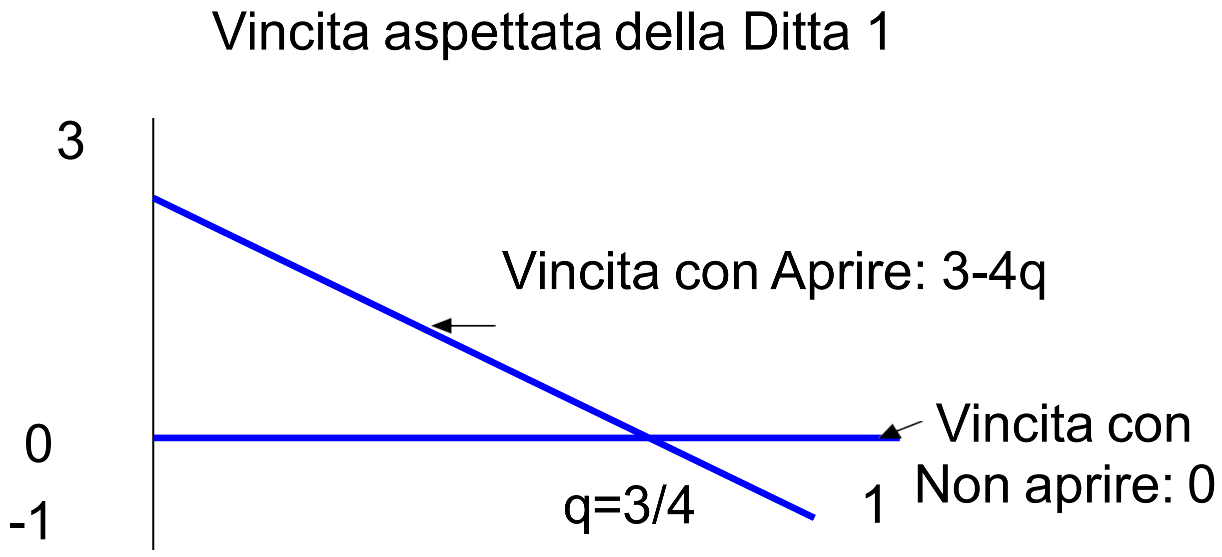
  $-q+3(1-q)=0 \Rightarrow -q-3q=-3 \Rightarrow 4q=3 \Rightarrow q=3/4$
- Il punto di equilibrio di Nash per la strategia mista è che entrambe le ditte decidano di Aprire con probabilità 3/4 e di Non Aprire con probabilità 1/4

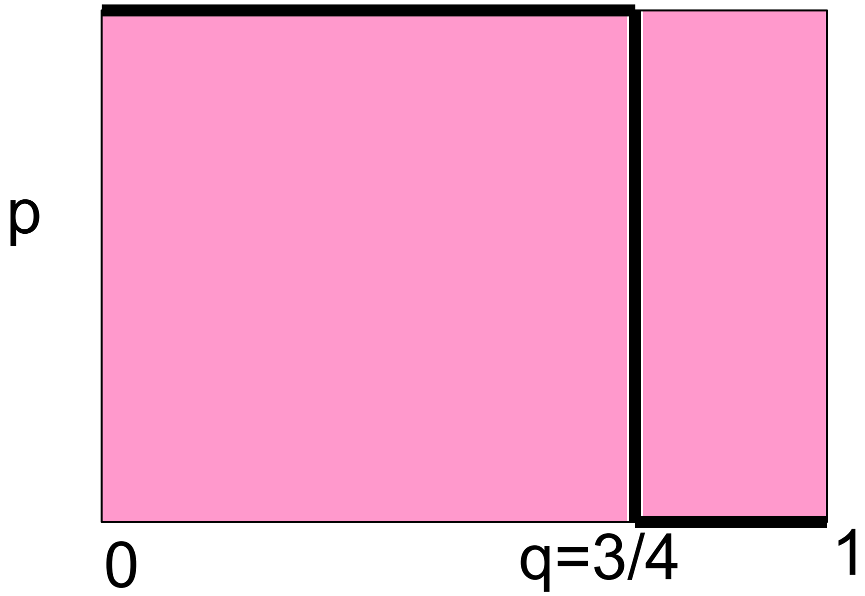
Graficamente



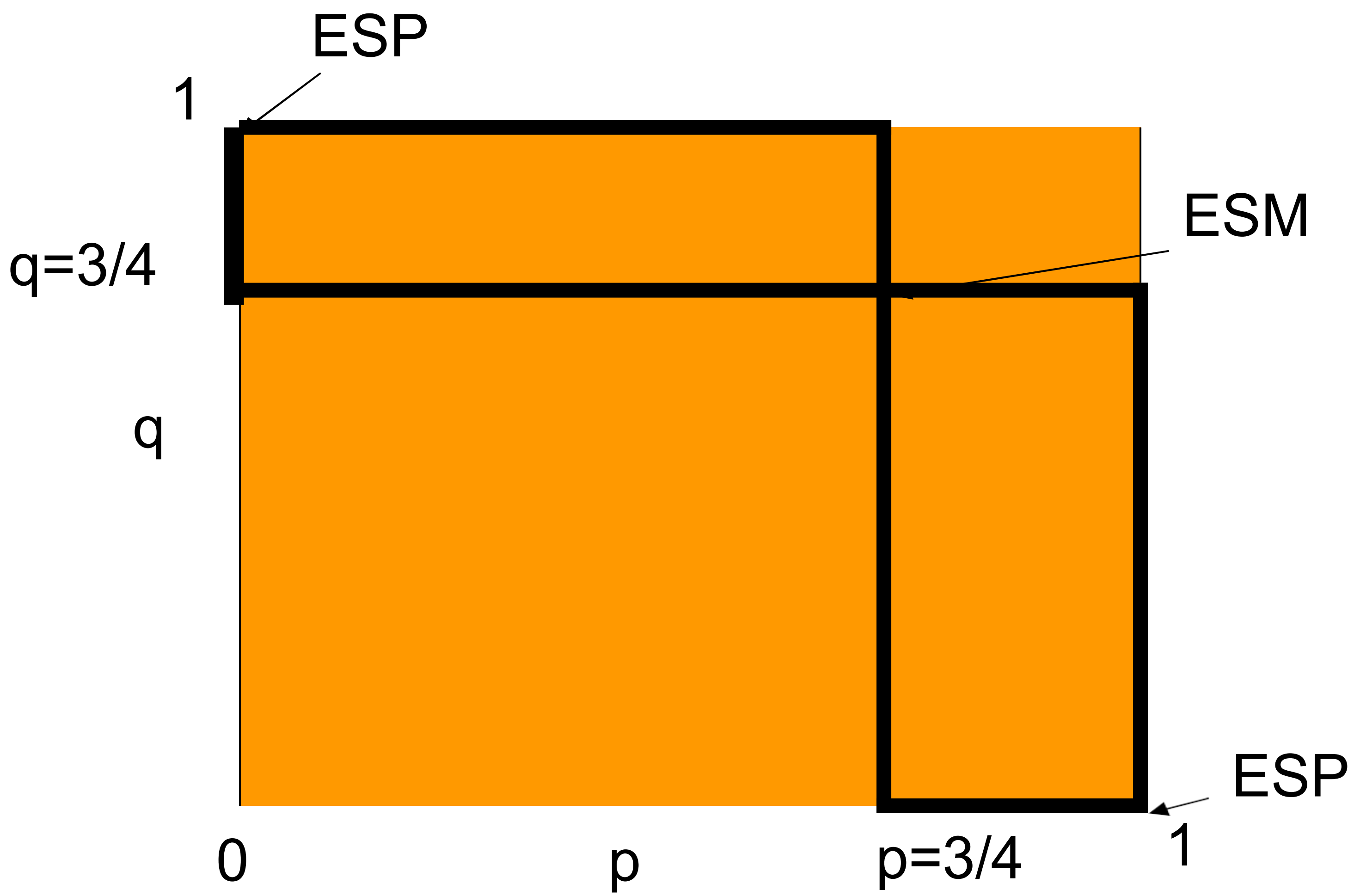


Simmetricamente





Equilibrio di Nash per la strategia mista



ESP=Equilibrio Strategia Pura
ESM=Equilibrio Strategia Mista

Vincita attesa

- Entrambe le ditte decidono di aprire con probabilità 3/4x3/4 =9/16 (equilibrio);
- La Ditta 1 decide di aprire e la Ditta 2 no con probabilità 3/4x1/4=3/16;
- La Ditta 2 decide di aprire e la Ditta 1 no con probabilità 3/4x1/4=3/16;
- Entrambe decidono di non aprire con probabilità 1/4x1/4=1/16
- Vincita attesa della Ditta 1:

 -1x9/16+3x3/16+0x3/16+0x1/16=0

 Per la Ditta 2 è ancora 0.

Equilibrio in strategie miste con payoffs asimmetrici

Supponiamo che la Ditta 1 abbia vantaggio competitivo sulla Ditta 2: se la Ditta 1 apre da sola il suo profitto è $400.000. Per il resto è lo stesso:

I punti di equilibrio per la strategia pura rimangono gli stessi: (A,NA) e (NA,A).

Ditta 2

Ditta 1

	Aprire	Non aprire
Aprire	-1,-1	4,0
Non aprire	0,3	0,0

Strategie miste

- Poiché il profitto della Ditta 2 non cambia la scelta di p è la stessa, $p=3/4$
- L'equazione per q è $-q+4(1-q)=0 \Rightarrow 4=5q \Rightarrow q=4/5$
- Entrambe le ditte decidono di aprire con probabilità $3/4 \times 4/5 = 3/5$ (equilibrio);
- La Ditta 1 decide di aprire e la Ditta 2 no con probabilità $4/5 \times 1/4 = 1/5$;
- La Ditta 2 decide di aprire e la Ditta 1 no con probabilità $1/5 \times 3/4 = 3/20$;
- Entrambe decidono di non aprire con probabilità $1/4 \times 1/5 = 1/20$
- Vincita attesa della Ditta 1: $-1 \times 1/5 + 4 \times 1/5 + 0 \times 3/20 + 0 \times 1/20 = 3/5$