RECHERCHES

SUR LES

PRINCIPES MATHÉMATIQUES

DE LA

THÉORIE DES RICHESSES,

PAR AUGUSTIN **COURNOT**,

RECTEUR DE L'ACADÉMIE ET PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE GRENOBLE.

Ἀνταμείβεσθαι πάντα ἁπάντων, ὥσπερ χρυσοῦ χρήματα καὶ χρημάτων χρυσός.

Plut. de ει ap. Delph. 8.

PARIS

CHEZ L. HACHETTE,

LIBRAIRE DE L'UNIVERSITÉ ROYALE DE FRANCE,

RUE PIERRE-SARRAZIN, N° 12.

1838

CHAPITRE VII.

De la concurrence des producteurs.

43. Tout le monde se forme une idée vague des effets de la concurrence : la théorie aurait dû s'attacher à préciser cette idée ; et pourtant, faute d'envisager la question sous le point de vue convenable, faute de recourir aux signes dont l'emploi devient indispensable, les écrivains économistes n'ont perfectionné en rien, sous ce rapport, les notions vulgaires. Elles sont restées mal définies, mal appliquées dans leurs ouvrages, comme dans le langage du monde.

Pour rendre sensible la conception abstraite du monopole, nous imaginions une source et un propriétaire. Maintenant, imaginons deux propriétaires et deux sources, dont les qualités sont identiques, et qui, en raison de la similitude de leur position, alimentent concurremment le même marché. Dès lors le prix est nécessairement le même pour l'un et pour l'autre propriétaire. Soit p ce prix, $D = F(p)$ le débit total, D_1 le débit de la source (1), D_2 celui de la source (2), de sorte que $D_1 + D_2 = D$. En négligeant, pour débuter, les frais d'exploitation, les revenus des propriétaires seront respectivement pD_1, pD_2 ; et *chacun de son côté* cherchera à rendre ce revenu le plus grand possible.

Nous disons *chacun de son côté*, et cette restriction, comme on va le voir, est bien essentielle; car s'ils s'entendaient pour obtenir chacun le plus grand revenu, les résultats seraient tout autres, et ne différeraient pas, pour les consommateurs, de ceux qu'on a obtenus en traitant du monopole.

Au lieu de poser, comme précédemment, $D = F(p)$, il nous sera commode d'employer ici la notation inverse $p = f(D)$; et alors, les bénéfices des propriétaires (1), (2) seront exprimés respectivement par

$$D_1 . f(D_1 + D_2),\ D_2 . f(D_1 + D_2),$$

c'est-à-dire par des fonctions dans chacune desquelles entrent deux variables D_1, D_2.

Le propriétaire (1) ne peut pas influer directement sur la fixation de D_2 : tout ce qu'il peut faire, c'est, lorsque D_2 est fixé par le propriétaire (2), de choisir pour D_1 la valeur qui lui convient le mieux, ce à quoi il parviendra en modifiant convenablement le prix; sauf au propriétaire (2), qui se verrait forcé d'accepter ce prix et cette valeur de D_1, de fixer une nouvelle valeur de D_2 plus favorable à ses intérêts que la précédente.

Analytiquement, cela revient à dire que D_1 sera déterminé en fonction de D_2 par la condition

$$\frac{d . D_1 f(D_1 + D_2)}{d D_1} = o,$$

et que D_2 sera déterminé en fonction de D_1 par la condition analogue

$$\frac{d \,.\, D_2 f(D_1 + D_2)}{d D_2} = o \,,$$

d'où il suit que les valeurs définitives de D_1 , D_2 ; par conséquent D et p seront déterminés au moyen du système d'équations

$$(1) \quad f(D_1 + D_2) + D_1 f'(D_1 + D_2) = o \,,$$
$$(2) \quad f(D_1 + D_2) + D_2 f'(D_1 + D_2) = o \,.$$

En effet, supposons que les variables D_1 , D_2 étant représentées par des coordonnées rectangulaires, la courbe $m_1 n_1$ (fig. 2) soit le tracé de l'équation (1), et la courbe $m_2 n_2$ le tracé de l'équation (2). Si le propriétaire (1) adoptait pour D_1 une valeur représentée par $ox_{\prime}$, le propriétaire (2) adopterait pour D_2 la valeur $oy_{\prime}$, laquelle, pour la valeur supposée de D_1 , lui donne le plus grand bénéfice. Mais alors, par la même raison, le producteur (1) devrait adopter pour D_1 la valeur $ox_{\prime\prime}$, qui donne le bénéfice *maximum* quand D_2 a la valeur $oy_{\prime}$. Ceci raménerait le producteur (2) à retomber sur la valeur $oy_{\prime\prime}$, et ainsi de suite : par où l'on voit que l'équilibre ne peut s'établir que lorsque les coordonnées ox , oy , du point d'intersection i , représentent les valeurs de D_1 , D_2 . La même construction, répétée sur la figure de l'autre côté du point i , conduit à des résultats symétriques.

La situation d'équilibre, correspondante au système de valeurs ox, oy, est donc *stable*; c'est-à-dire que si l'un ou l'autre des producteurs, trompé sur ses vrais intérêts, vient à s'en écarter momentanément, il y sera ramené par une suite de réactions, toujours diminuant d'amplitude, et dont les lignes ponctuées de la figure, par leur disposition en gradins, offrent l'image.

La construction précédente suppose que l'on a $om_1 > om_2$, $on_1 < on_2$: les résultats seraient diamétralement opposés, si ces inégalités changeaient de signe, et si les courbes m_1n_1, m_2n_2 affectaient la disposition représentée sur la fig. 3. Les coordonnées du point i, où les deux courbes se coupent, cesseraient alors de correspondre à un système d'équilibre stable. Mais il est facile de se convaincre qu'une pareille disposition des courbes est inadmissible. En effet, quand $D_1 = o$, les équations (1) et (2) se réduisent, la première à

$$f(D_2) = o ,$$

la seconde à

$$f(D_2) + D_2 f'(D_2) = o .$$

La valeur de D_2 tirée de la première est celle qui correspondrait à une valeur nulle de p ; la valeur de D_2 tirée de la seconde équation correspond à une valeur de p qui rendrait le produit $p\,D_2$ un maximum. Donc, la première racine surpasse nécessairement la seconde, ou $om_1 > om_2$, et par la même raison $on_2 > on_1$.

44. On tire des équations (1) et (2), d'abord $D_1 = D_2$ (ce qui devait être, puisque les deux sources sont supposées semblables et semblablement placées), ensuite, en les ajoutant :

$$2f(D) + (D)f'(D) = o \;;$$

équation qui peut se transformer en

$$(3) \qquad D + 2p\frac{dD}{dp} = o \;;$$

tandis que, si les deux sources eussent été réunies dans le même domaine, ou si les deux producteurs *s'étaient entendus*, la valeur de p aurait été déterminée par l'équation

$$(4) \qquad D + p\frac{dD}{dp} = o \;,$$

et aurait rendu le revenu total Dp un *maximum* ; par conséquent, aurait assigné à chacun des producteurs un revenu plus grand que celui qu'ils obtiendront avec la valeur de p, tirée de l'équation (3).

Comment donc se fait-il que les producteurs, faute de s'entendre, ne s'arrêtent pas comme dans le cas du monopole ou de l'association, à la valeur de p tirée de l'équation (4), et qui leur donne effectivement le plus grand revenu ?

La raison en est que, le producteur (1) ayant fixé sa production à ce qu'elle devait être en conséquence de l'équation (4) et de la condition $D_1 = D_2$, l'autre pourra, avec un *bénéfice momentané*, porter sa propre production à un taux supérieur ou inférieur; à la vérité, il sera bientôt puni de sa méprise, en ce qu'il forcera le premier producteur à adopter un nouveau taux de production qui réagira défavorablement sur le producteur (2) lui-même. Mais ces réactions successives, bien loin de rapprocher les deux producteurs de l'état primitif, les en écarteront de plus en plus. En d'autres termes, cet état ne sera pas une situation d'équilibre stable; et, bien que le plus favorable aux deux producteurs, il ne pourra subsister à moins d'un lien formel; parce qu'on ne peut pas plus supposer, dans le monde moral, des hommes exempts d'erreurs et d'inconsidération, que dans la nature physique des corps parfaitement rigides, des appuis parfaitement fixes, et ainsi de suite.

45. La racine de l'équation (3) est déterminée graphiquement par l'intersection de la droite $y = 2x$, et de la courbe $y = -\frac{Fx}{F'x}$; tandis que la racine de l'équation (4) est déterminée graphiquement par l'intersection de la même courbe avec la droite $y = x$. Or, il suffit qu'à toutes les valeurs réelles et positives de x, on puisse assigner une valeur réelle et positive de la fonction $y = -\frac{Fx}{F'x}$, pour que l'abscisse x du premier point d'intersection soit moindre que celle du second, comme le simple tracé de la figure 4 le démontre suffisamment.

On peut se convaincre aussi aisément que la condition de ce résultat est toujours réalisée, en vertu de la nature de la loi du débit. Par conséquent la racine de l'équation (3) est toujours moindre que celle de l'équation (4); ou (comme on est bien convaincu avant toute analyse) le résultat de la concurrence est d'abaisser les prix.

46. S'il y avait 3, 4.... n producteurs en concurrence, toutes les circonstances restant les mêmes, l'équation (3) serait successivement remplacée par les suivantes :

$$D+3p\frac{dD}{dp}=o\,,\quad D+4p\frac{dD}{dp}=o\,,\quad \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$D+np\frac{dD}{dp}=o\,;$$

la valeur de p, qui en résulte, diminuerait indéfiniment par l'accroissement indéfini du nombre n.

Dans tout ce qui précède, on suppose que la limitation des forces productrices ne met pas obstacle à ce que chaque producteur choisisse le taux le plus avantageux de production. Admettons qu'en outre des n producteurs qui se trouvent dans ce cas, il y en ait d'autres qui atteignent la limite des forces productrices, et que la production totale de cette classe soit Δ ; on aura toujours les n équations

$$(5)\quad \begin{cases} f(D)+D_1 f'(D)=o\,, \\ f(D)+D_2 f'(D)=o\,, \\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ f(D)+D_n f'(D)=o\,; \end{cases}$$

qui donneront $D_1 = D_2 \ldots\ldots = D_n$, et en les ajoutant :

$$nf(D) + nD_1 f'(D) = o \ ;$$

mais $D = nD_1 + \Delta$, donc :

$$nf(D) + (D - \Delta) f'(D) = o \ ,$$

ou
$$D - \Delta + np\frac{dD}{dp} = o \ .$$

Ce sera cette dernière équation qui remplacera l'équation (3) et déterminera la valeur de p et par suite la valeur de D.

47. Chaque producteur étant assujetti à des frais de production exprimés par des fonctions $\varphi_1(D_1)$, $\varphi_2(D_2)$, ... $\varphi_n(D_n)$ les équations (5) deviendront

$$(6)\quad \begin{cases} f(D) + D_1 f'(D) - \varphi'_1(D_1) = o \ , \\ f(D) + D_2 f'(D) - \varphi'_2(D_2) = o \ , \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f(D) + D_n f'(D) - \varphi'_n(D_n) = o \ . \end{cases}$$

Si l'on combine, par voie de soustraction, deux quelconques d'entr'elles ; par exemple, si l'on retranche la seconde de la première, il viendra

$$D_1 - D_2 = \frac{1}{f'(D)}\Big[\varphi'(D_1) - \varphi'_2(D_2)\Big]$$
$$= \frac{dD}{dp}\Big[\varphi'_1(D_1) - \varphi'_2(D_2)\Big] \ .$$

Donc, puisque le coefficient $\frac{dD}{dp}$ est négatif de sa nature, on aura en même temps

$$D_1 \gtrless D_2 \;,\; \varphi'_1(D_1) \lesseqgtr \varphi'_2(D_2)\;.$$

Ainsi, la production du fonds A sera supérieure à celle du fonds B, quand il faudra de plus grands frais pour accroître la production de B, que pour accroître de la même quantité la production de A.

Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse de plusieurs mines de houille alimentant concurremment le même marché, et que, dans l'état stable, la mine A livre annuellement au marché 20 000 hectolitres, la mine B 15 000. On sera certain qu'il faudrait une plus grande addition de frais pour faire produire à la mine B et apporter au marché 1 000 hectolitres de plus, que pour produire le même accroissement de 1 000 hectolitres dans les livraisons provenues de la mine A.

Cela n'empêche pas que, pour une limite inférieure d'exploitation, les frais de la mine A ne puissent être supérieurs à ceux de la mine B. Par exemple, si la production de l'une et de l'autre était réduite à 10 000 hectolitres, il serait possible que les frais fussent moindres en B qu'en A.

48. En ajoutant les équations (6) on aura

$$n f(D) + D f'(D) - S\,.\,\varphi'_n(D_n) = o\;,$$

ou

$$(7)\quad D + \frac{dD}{dp}\left[np - S\,.\,\varphi'_n(D_n)\right] = o\;.$$

Si nous comparons cette équation avec celle

$$(8)\ D + \frac{dD}{dp}\left[p - \varphi'(D)\right] = o\ ,$$

qui déterminerait la valeur de p dans le cas où tous les fonds productifs dépendraient d'un monopoleur, nous reconnaîtrons d'une part que la substitution du terme $n\ p$ au terme p tend à diminuer la valeur de p ; mais d'autre part que la substitution du terme $S\ .\ \varphi'_n(D_n)$ au terme $\varphi'(D)$ tend à l'accroître, par la raison qu'on a toujours

$$S\ .\ \varphi'_n(D_n) > \varphi'(D)\ ;$$

et, en effet, non-seulement la somme des termes $\varphi'_n(D_n)$ est supérieure à $\varphi'(D)$, mais la moyenne de ces termes l'emporte sur $\varphi'(D)$; c'est-à-dire qu'on a l'inégalité $\frac{S\ .\ \varphi_n\ (D'_n)}{n} > \varphi'(D)$.

Pour s'en convaincre, il suffit de considérer que le propriétaire qui posséderait le monopole des fonds productifs, exploiterait de préférence les fonds dont l'exploitation est la moins dispendieuse, en laissant, au besoin, chômer les autres ; tandis que le concurrent le moins favorisé ne se résoudra pas à laisser chômer son fonds productif tant qu'il pourra en tirer un revenu, si modique qu'il soit. En conséquence, pour une même valeur de p, ou pour une même quantité totale produite, les frais seront toujours plus grands pour les producteurs concurrents qu'ils ne le seraient pour un monopoleur.

Il s'agit maintenant de prouver que la valeur de p, qu'on tirerait de l'équation (8), surpasse toujours la valeur de p tirée de l'équation (7).

Pour cela, nous remarquerons d'abord que si l'on substitue dans $\varphi'(D)$ la valeur $D = F(p)$, on changera $\varphi'(D)$ en une fonction $\psi(p)$; et chacun des termes qui entrent dans l'expression sommatoire $S \,.\, \varphi'_n(D_n)$ pourra aussi être regardé comme une fonction implicite de p, en vertu de la relation $D = F(p)$ et du système des équations (6). En conséquence, la racine de l'équation (7) sera l'abscisse du point d'intersection de la courbe

$$(a) \qquad y = -\frac{F(x)}{F'(x)},$$

avec la courbe

$$(b)\ y = nx - \Big[\psi_1(x) + \psi_2(x) + \ldots\ldots\ldots + \psi_n(x)\Big];$$

tandis que la racine de l'équation (8) sera l'abscisse du point d'intersection de la courbe (a) avec celle qui a pour équation

$$(b') \qquad y = x - \psi(x).$$

L'équation (a), ainsi qu'on l'a déjà remarqué, est représentée par une courbe MN (fig. 5), dont les ordonnées sont constamment réelles et positives : nous représentons l'équation (b) par la courbe PQ, et l'équation (b') par la courbe P′ Q′. En vertu de la relation démontrée tout-à-l'heure

$$S \,.\, \psi_n(x) > \psi(x),$$

on a, pour la valeur $x = o$, O P > O P′. Il faut démontrer que la courbe P′ Q′ vient couper la courbe P Q en un point I situé au-dessous de M N, de façon que l'abscisse du point Q′ soit moindre que l'abscisse du point Q. plus g...

Cela revient à prouver qu'aux points Q, Q′ l'ordonnée de la courbe (b) est plus grande que l'ordonnée de la courbe (b') correspondante à la même abscisse.

Supposons qu'il en soit autrement, et que l'on ait

$$x - \psi(x) > nx - \Big[\psi_1(x) + \psi_2(x) + \ldots\ldots + \psi_n(x)\Big],$$

ou

$$(n-1)\,x < \psi_1(x) + \psi_2(x) + \ldots + \psi_n(x) - \psi(x).$$

$\psi(x)$ est une quantité intermédiaire entre la plus grande et la plus petite des quantités

$$\psi_1(x),\ \psi_2(x),\ \ldots\ldots\ \psi_{n-1}(x),\ \psi_n(x);$$

si nous supposons que $\psi_n(x)$ désigne le plus petit des termes de cette série, l'inégalité qui précède entraînera la suivante :

$$(n-1)\,x < \psi_1(x) + \psi_2(x) + \ldots\ldots + \psi_{n-1}(x).$$

Donc, x sera plus petit que la moyenne des n-1 termes dont la somme forme le second membre de l'inégalité; et, parmi ces termes, il y en aura qui seront plus grands que x. Or, c'est ce qui ne peut pas être, puisque le producteur (k), par exemple, cessera de produire, dès que p sera plus petit que $\varphi'_k(D_k)$ ou $\psi_k(p)$.

49. Si donc il arrivait que la valeur de p tirée des équations (6), combinées avec les relations

$$(9)\quad D_1 + D_2 + \ldots\ldots + D_n = D,\ D = F(p)\ ,$$

entraînât l'inégalité

$$p - \varphi'_k(D_k) < o\ ,$$

il faudrait rayer l'équation

$$f(D) + D_k f'(D) - \varphi'_k(D_k) = o$$

du nombre des équations (6), et la remplacer par

$$p - \varphi'_k(D_k) = o\ ,$$

ce qui déterminerait D_k en fonction de p. Les équations (6) restantes, combinées avec les équations (9), détermineront toutes les autres inconnues du problème.

CHAPITRE VIII.

De la concurrence indéfinie.

50. Les effets de la concurrence ont atteint leur limite, lorsque chacune des productions partielles D_k est *insensible*, non seulement par rapport à la production totale $D = F(p)$, mais aussi par rapport à la dérivée $F'(p)$, en sorte que la production partielle D_k pourrait être retranchée de D, sans qu'il en résultât de variation appréciable dans le prix de la denrée. Cette hypothèse est celle qui se réalise dans l'économie sociale pour une foule de productions, et pour les productions les plus importantes. Elle introduit dans les calculs une grande simplification, et c'est à en développer les conséquences que ce chapitre est destiné.

En vertu de l'hypothèse, on pourra, dans l'équation

$$D_k + \left[p - \varphi'_k(D_k)\right] \cdot \frac{dD}{dp} = o,$$

négliger, sans erreur sensible, le terme D_k, ce qui la réduira à

$$p - \varphi'_k(D_k) = o.$$

En conséquence, le système des équations (6) du précédent chapitre, se trouvera remplacé par

$$(1)\ p - \varphi'_1(D_1) = o\,,\ p - \varphi'_2(D_2) = o\,,\ \ldots\ldots\ p - \varphi'_n(D_n) = o\,.$$

Ces n équations, jointes à celle

$$(2)\qquad D_1 + D_2 + \ldots\ldots + D_n = F(p)\,,$$

détermineront toutes les inconnues, p, D_1, D_2, ...D_n.

Concevons toutes les équations (1) résolues par rapport aux inconnues D_1, D_2,..... D_n, le premier membre de l'équation (2) deviendra une fonction de p, que nous pouvons représenter par $\Omega(p)$, en sorte que cette équation sera écrite sous la forme très simple

$$(3)\qquad \Omega(p) - F(p) = o\,.$$

Dans l'hypothèse qui nous occupe, toutes les fonctions $\varphi'_k(D_k)$ doivent être supposées croissantes avec D_k. Autrement la valeur brute du produit

$$p\,D_k = D_k\,.\ \varphi'_k(D_k)$$

aurait une valeur inférieure aux frais, qui sont

$$\varphi_k(D_k) = \int_o^{D_k} \varphi'_k(D_k)\,dD_k\,.$$

Il est clair d'ailleurs que, dans l'hypothèse où il s'établirait une concurrence indéfinie, et où, en même temps, la fonction $\varphi'_k(D_k)$ serait décroissante, rien ne limiterait la production de la denrée. Ainsi, lorsqu'il y a un bénéfice de propriété, une rente attachée à un fonds productif dont l'exploitation entraîne des frais tels que la fonction $\varphi'_k(D_k)$ soit décroissante, c'est une preuve que l'effet du monopole n'est pas entièrement éteint, ou que la concurrence n'est pas telle que la variation de la quantité livrée par chacun des producteurs en particulier, n'influe d'une manière sensible sur la production totale et sur le taux de la denrée.

Toutes les fonctions $\varphi'_k(D_k)$ devant être supposées croissantes avec D_k, l'expression de D_k tirée de l'équation $p = \varphi'_k(D_k)$ est elle-même une fonction de p, croissante avec p ; la fonction que nous avons désignée par $\Omega(p)$ est donc aussi nécessairement croissante avec p.

51. Cela posé, concevons que toutes les fonctions $\varphi'_k(D_k)$ viennent à croître d'une même quantité u, comme cela aurait lieu par suite de l'établissement d'une taxe fixe sur la denrée, l'équation (3) se trouvera remplacée par

$$\Omega(p - u) = F(p). \tag{4}$$

Soit MN (fig. 6) la courbe qui a pour équation $y = F(p)$; courbe dont le caractère essentiel consiste en ce que la tangente fait toujours un angle obtus avec le demi-axe positif des abcisses p, ou bien en ce que la dérivée $F'(p)$ a toujours une valeur négative.

Soit PQ la courbe qui a pour équation $y = \Omega(p)$, courbe dont le caractère essentiel consiste, au contraire, comme on vient de le voir, en ce que sa tangente forme un angle aigu avec le demi-axe positif des abscisses. Soit enfin P′ Q′ la courbe qui a pour équation

$$y = \Omega\ (p - u)\ ,$$

laquelle est liée à la courbe P Q par la condition que toutes les portions de parallèles à l'axe des abscisses, interceptées entre les deux courbes, comme V S′ , soient égales à u . Les abscisses O T , OT′ désigneront respectivement les racines des équations (3) et (4), racines que nous pouvons aussi exprimer par p_0 , p' . Or, il est visible, d'après la forme de la courbe M N, qu'on aura toujours OT′ > O T , où $p' > p_0$, et qu'ainsi un accroissement dans les frais de production sera toujours suivi d'une hausse dans le prix de la denrée. Il est visible pareillement, d'après la forme des courbes P Q , P′ Q′ , qu'on aura toujours T T′ < V S′ , ou $p' - p_0 < u$, c'est-à-dire que *la hausse du prix sera, dans tous les cas, moindre que l'accroissement des frais.*

Sur la figure, on a supposé que les courbes PQ , P′ Q′ , tournaient leur convexité du côté de l'axe des y , mais le résultat de la construction serait le même, si les courbes tournaient leur concavité du côté de cet axe.

On peut donner à la démonstration du théorème dont il s'agit, un tour analytique, mais alors la commodité de la démonstration exige que l'on considère d'abord l'accroissement u et la différence $p' - p_0 = \delta$

comme deux quantités très petites dont on néglige les carrés et les puissances supérieures. Par ce moyen, l'équation (4) se réduit à

$$(\delta - u)\Omega'(p_0) = \delta F'(p_0) .$$

Mais $\Omega'(p_0)$ est $> o$, et $F'(p_0)$ est $< o$; donc δ est de signe contraire à $\delta - u$, ce qui entraîne les deux conditions

$$\delta > o , \ \delta < u .$$

Cette démonstration s'étend d'ailleurs à des valeurs quelconques de u, δ, selon la remarque faite dans l'art. 32.

On voit que, plus la courbe M N approchera de se réduire à une droite parallèle à l'axe des abscisses, ou moins la consommation variera avec le prix, plus la différence $p' - p_0$ approchera d'être égale à u.

Il suit encore de là que les frais qui frapperont la denrée, après qu'elle sera sortie des mains du producteur, feront toujours baisser le prix perçu par les producteurs.

52. Pour calculer l'influence de cette variation sur les intérêts des producteurs et des consommateurs, il faut observer qu'on aura :

$$\left[\varphi'_k(D_k)\right]_0 = p_0 , \left[\varphi'_k(D_k)\right]' = p' - u ,$$

en désignant par

$$\left[\varphi'_k(D_k)\right]_0 , \ \left[\varphi'_k(D_k)\right]'$$

les valeurs de $\varphi'_k(D_k)$ qui correspondent à la valeur de D_k, avant et après l'accroissement de frais u. Or, on a

$$p' - u < p_o, \text{ d'où } \left[\varphi'_k(D_k)\right]' < \left[\varphi'_k(D_k)\right]_o ;$$

donc, puisque $\varphi'_k(D_k)$ est une fonction de D_k croissante avec cette dernière variable, on a

$$\left[D_k\right]' < \left[D_k\right]_o ;$$

donc, *à fortiori*, le produit $(p' - u)[D_k]'$ est plus petit que $p_o [D_k]_o$.

En conséquence, le producteur (k) perd, par suite de l'accroissement de frais u,

1° La différence du prix p_o au prix $p' - u$, sur la quantité produite $[D_k]'$, ou

$$(p^o - p' + u)\left[D_k\right]' ;$$

2° Le bénéfice net qui lui revenait sur la quantité $[D_k]_o - [D_k]'$, dont l'accroissement de frais diminue sa production, ou

$$p_o\left(\left[D_k\right]_o - \left[D_k\right]'\right) - \left(\left[\varphi_k(D_k)\right]_o - \left[\varphi_k(D_k)\right]'\right).$$

La perte totale qu'il éprouve est donc

$$p_o\left[D_k\right]_o - (p' - u)\left[D_k\right]' - \left(\left[\varphi_k(D_k)\right]_o - \left[\varphi_k(D_k)\right]'\right).$$

Elle sera d'autant plus atténuée, que la fonction

$\varphi'_k(D_k)$, dont $\varphi_k(D_k)$ désigne l'intégrale, croîtra plus rapidement entre les limites de l'intégration définie.

La perte totale supportée par la masse des producteurs sera donc

$$p_o D_o - (p' - u) D' - S \left(\left[\varphi_k(D_k) \right]_o - \left[\varphi_k(D_k) \right]' \right),$$

la caractéristique S indiquant une sommation par rapport à l'indice k.

La même expression pourra être mise sous la forme

$$u D' + p_o D_o - p' D' - S . \left(\left[\varphi_k(D_k) \right]_o - \left[\varphi_k(D_k) \right]' \right) ;$$

mais on ne prouve plus, comme on l'a fait pour un cas analogue dans l'art. 38, que cette quantité soit plus grande que $u D'$, qui exprime le produit de la taxe, quand u est une taxe fixe, assise sur la denrée. Au contraire, comme on a toujours

$$\left[\varphi_k(D_k) \right]_o > \left[\varphi_k(D_k) \right]',$$

à cause de $(D_k)_o > (D_k)'$, si l'on a de plus $p' D' > p_o D_o$, c'est-à-dire si la valeur p_o est inférieure à celle qui rend $p D$ un maximum (art. 24), la perte totale soufferte par les producteurs sera nécessairement inférieure à $u D'$.

La perte supportée par les consommateurs, qui achètent la denrée malgré le renchérissement, est égale à

$$(p' - p_o) D' ;$$

cette perte seule surpasse donc le produit de la taxe $u\,D'$, puisqu'on a toujours $p' - p_o < u$.

53. Si la denrée était frappée, non plus d'une taxe fixe, mais d'une taxe np, proportionnelle au prix de vente, ou surchargée de nouveaux frais qui agissent à la manière d'une semblable taxe (art. 41), l'équation

$$p - \varphi_k(D_k) = o\ ,$$

serait remplacée par

$$(5) \qquad p - \varphi'_k(D_k) - \frac{d(np\,.\,D_k)}{dD_k} = o\ .$$

Cette équation devient, quand on effectue la différentiation indiquée,

$$p - \varphi'_k(D_k) - np - n\,D_k\,.\,\frac{dp}{d\,D_k} = o\ ,$$

ou plus simplement

$$p(1-n) - \varphi'_k(D_k) = o\ ;$$

attendu que, dans l'hypothèse d'une concurrence indéfinie, D_k étant une fraction insensible de la production totale D, $\frac{dp}{dD_k}$ est une quantité pareillement insensible et négligeable. Au lieu de l'équation (3) on aura donc

$$(6) \qquad \Omega\Big[(1-n)p\Big] - F(p) = o\ ;$$

c'est-à-dire que le prix est augmenté par suite d'un tel impôt, comme il le serait, si tous les frais nécessaires pour la production et pour la transmission de la denrée étaient accrus eux-mêmes dans la proportion de $1 : \frac{1}{1-n}$; résultat absolument semblable à celui que nous avons obtenu pour le cas du monopole. Ainsi, un impôt de cette nature affectera d'autant plus chacun des producteurs, qu'ils auront à supporter des frais de production plus considérables.

Il en faudrait dire autant, si la denrée était frappée d'une dîme ou d'un impôt en nature proportionnel à la production, comme était l'impôt assis par le gouvernement espagnol sur les mines d'or et d'argent de l'Amérique. Car, en appelant n le rapport de la quantité prélevée à la production totale, et en supposant, comme il est naturel de le faire, que l'impôt ne change pas la loi de consommation de la denrée, les équations (5) et (6) s'appliqueront encore à cette hypothèse.

54. Considérons, en particulier, l'un des producteurs, celui dont la production est exprimée par D_k; le revenu net de ce producteur, ou le fermage de son fonds productif (en comprenant le bénéfice du fermier dans les frais d'exploitation), aura pour valeur

$$p D_k - \int_0^{D_k} \varphi'_k(D_k) \,.\, dD_k \,,$$

ou bien, en substituant pour p sa valeur $\varphi'_k\ (D_k)$,

$$(8)\quad \varphi'_k(D_k) \,.\, D_k - \int_o^{D_k} \varphi'_k(D_k) \,.\, dD_k \,.$$

Telle est l'expression du revenu net ou du fermage *en argent;* mais si l'on voulait avoir l'expression du fermage *en nature*, ou la quantité de la denrée produite, dont la valeur représente le revenu net du propriétaire ou producteur (k), il faudrait diviser l'expression précédente par $p = \varphi'_k\ (D_k)$, et alors on aurait

$$(9)\quad D_k - \frac{1}{\varphi'_k(D_k)} \,.\, \int_o^{D_k} \varphi'_k(D_k) \,.\, dD_k \,.$$

Il ne faut pas perdre de vue que le caractère essentiel de la fonction $\varphi'_k\ (D_k)$ est d'être croissante avec D_k.

Si le prix p, et par suite D_k viennent à augmenter, toutes les autres circonstances restant les mêmes, il est évident que le fermage en argent augmentera; mais la chose n'est pas aussi manifeste, et a même été niée par des économistes, au sujet du fermage en nature. Si, cependant, on différentie l'expression (9) par rapport à D_k, et si l'on égale le coefficient de la différentielle à zéro, comme pour déterminer la valeur de D_k qui rend cette expression un maximum ou un minimum, on aura après réduction

$$\frac{d \,.\, \varphi'_k(D_k)}{d\,D_k} \,.\, \int_o^{D_k} \varphi'_k(D_k) \,.\, dD_k = o\,,$$

ou plus simplement

$$\frac{d\,.\,\varphi'_{k}(\mathrm{D}_{k})}{d\,\mathrm{D}_{k}} = o\,,$$

condition qui ne peut être satisfaite, attendu que la fonction φ'_{k}, par sa nature, croît constamment avec D_{k}. Donc l'expression (9) ne comporte pas de valeur minimum ; et puisqu'elle commence évidemment par être croissante, elle doit aussi croître constamment avec D_{k}.

Le fermage augmentera, si les frais de production viennent à baisser pour le producteur (k) en particulier, sans que cette circonstance influe sensiblement sur la quantité totale produite et sur le prix de la denrée; mais dans le cas où la baisse de frais affecte tous les producteurs, la baisse du prix de la denrée qui en résulte, peut être telle que le revenu ou le fermage de chaque producteur en particulier soit diminué.

TABLE
DES CHAPITRES.

FIN.

ERRATUM.

Page 99, ligne 7, *moindre*, lisez *plus grande*.

Fig. 1.

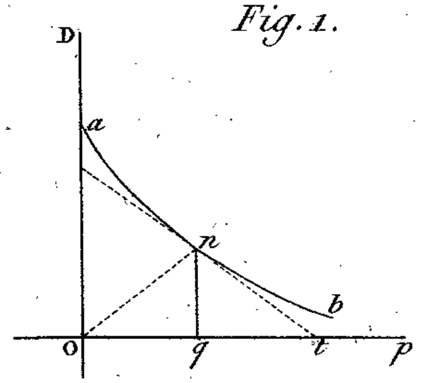

Fig. 2.

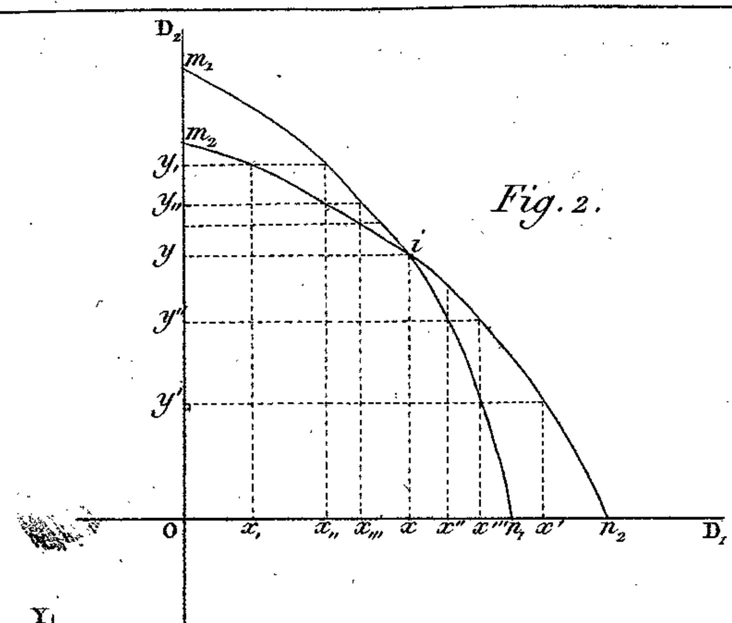

Fig. 3.

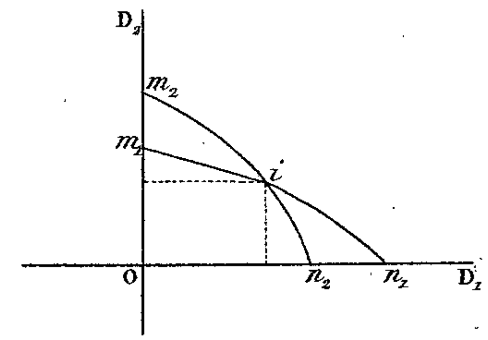

Fig. 4.

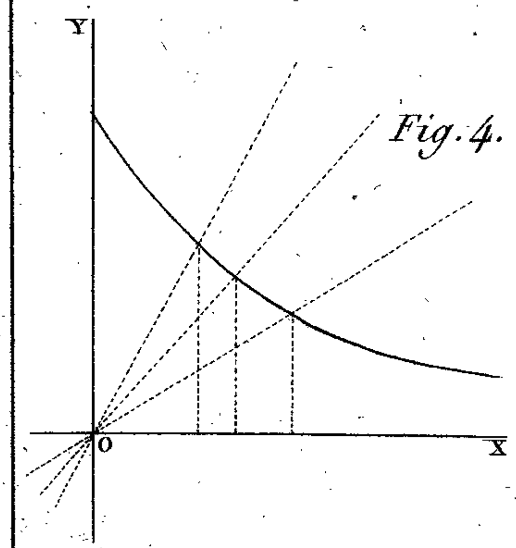

Fig. 5.

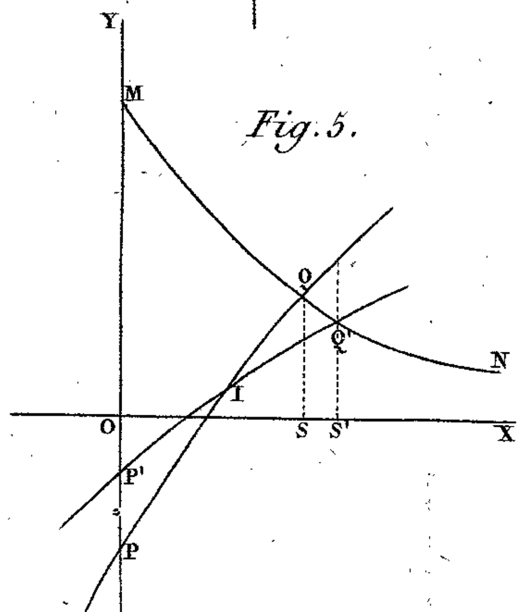

Fig. 6.

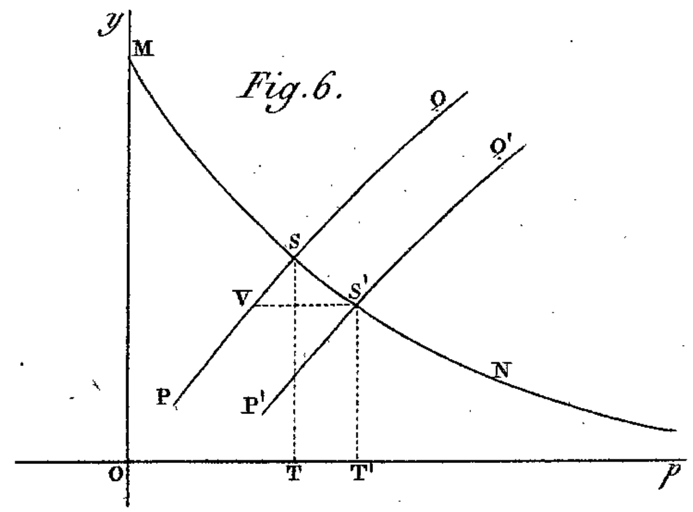

Fig. 7.

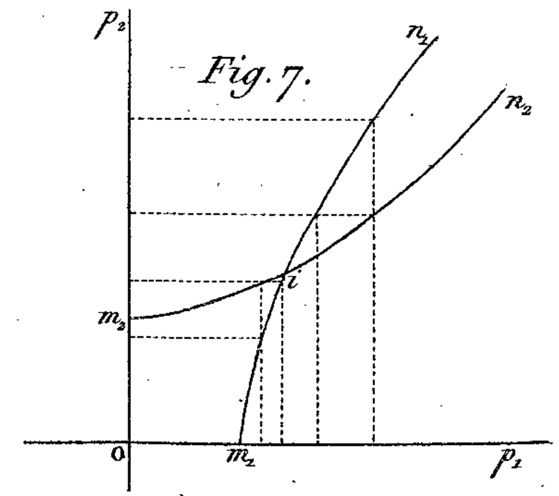

Fig. 8.

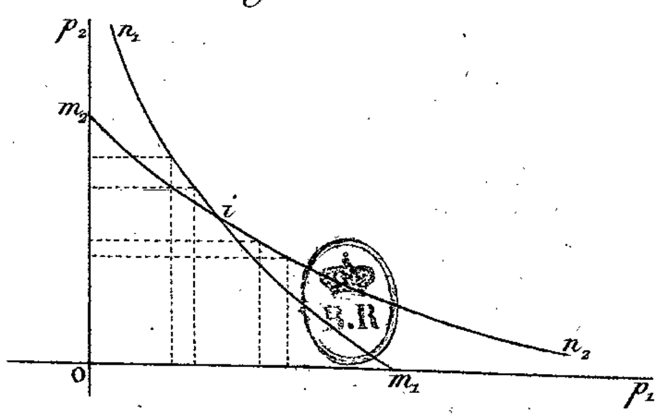

Fig. 9.

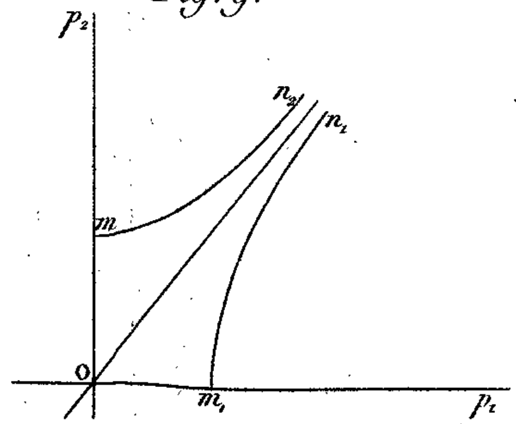

Fig. 10.