Modulo 8.4

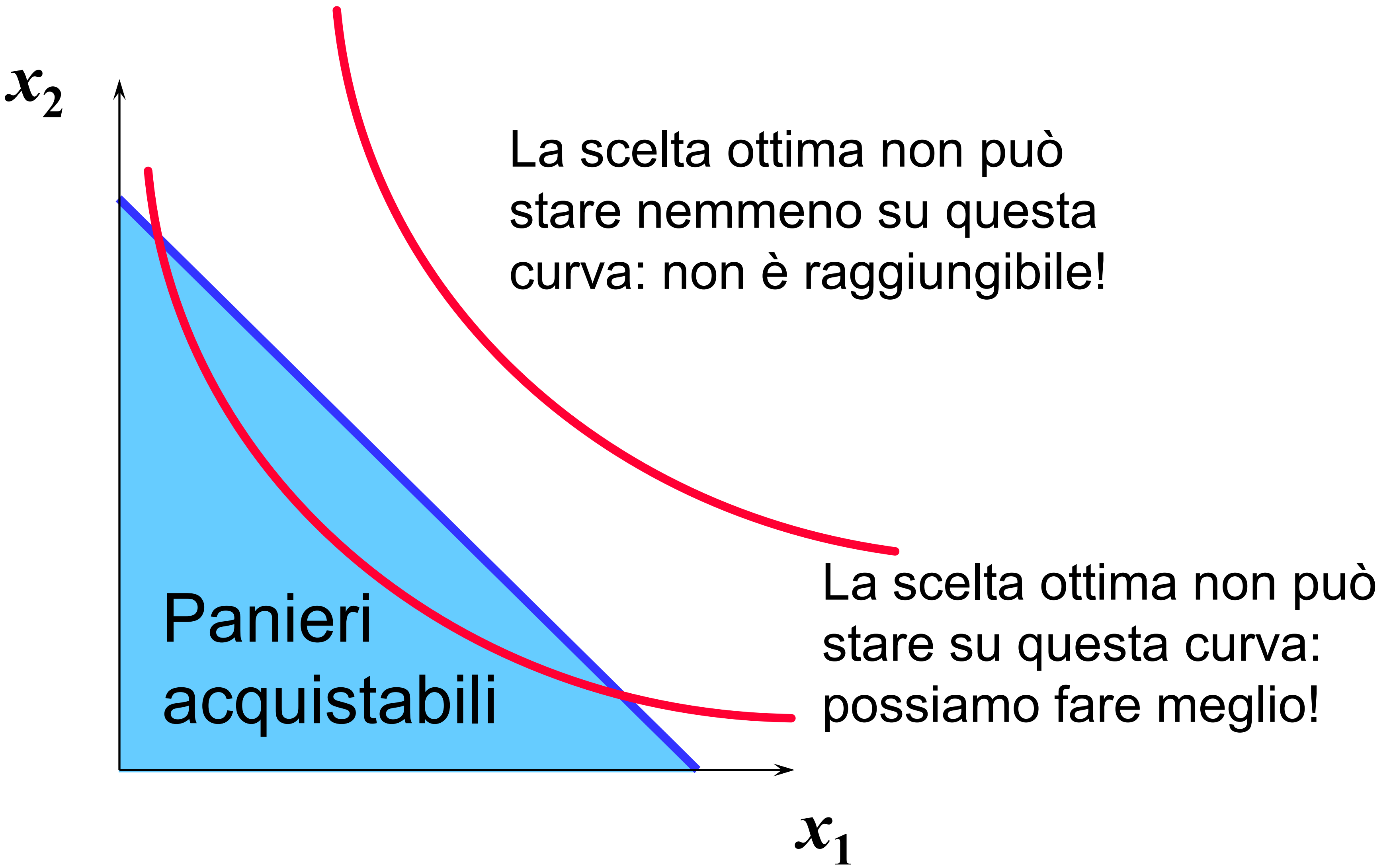
Scelta ed equilibrio

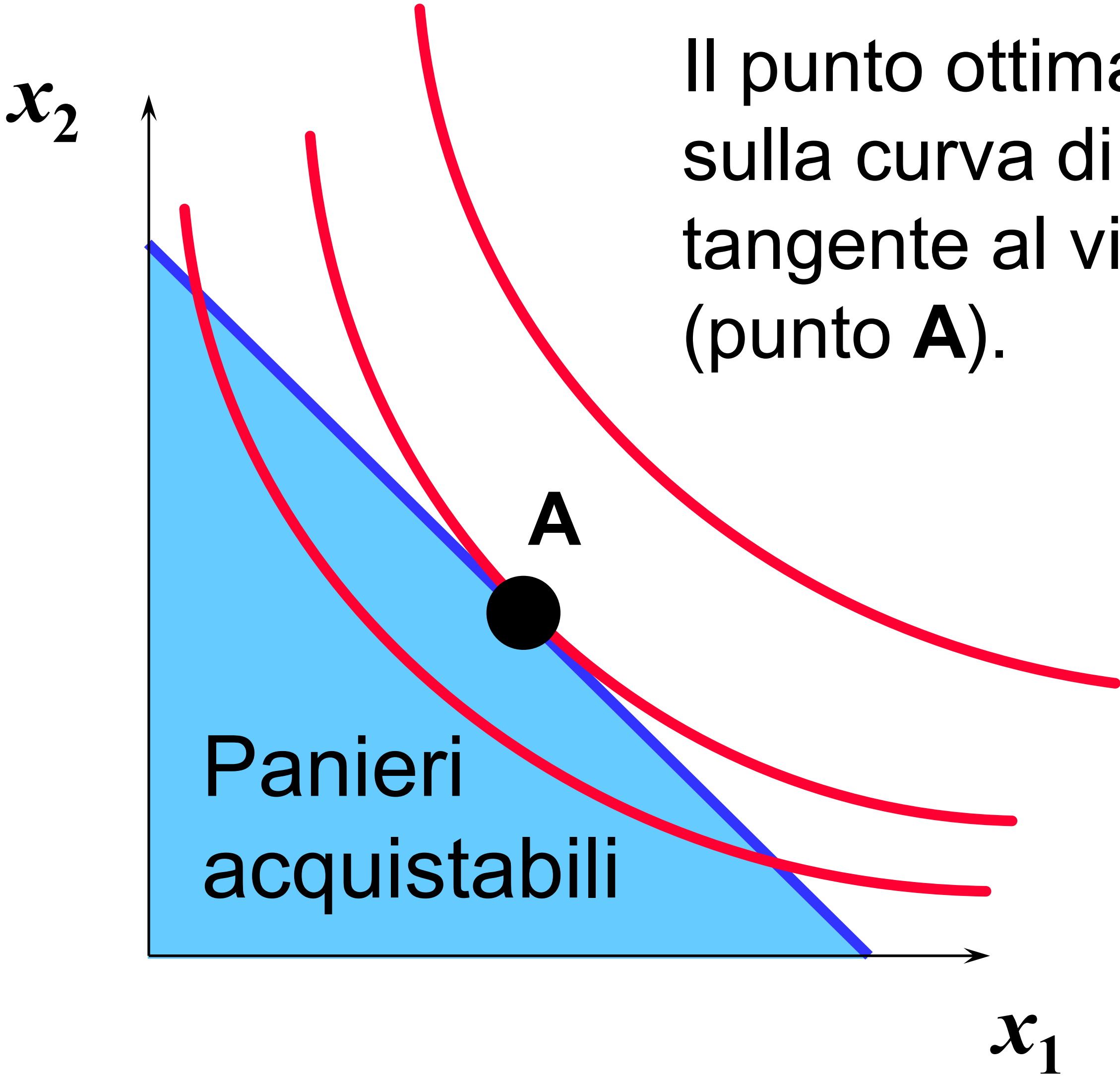
Scelta razionale

- Il principale postulato comportamentale afferma che **viene sempre scelta l'alternativa migliore** tra quelle a disposizione.

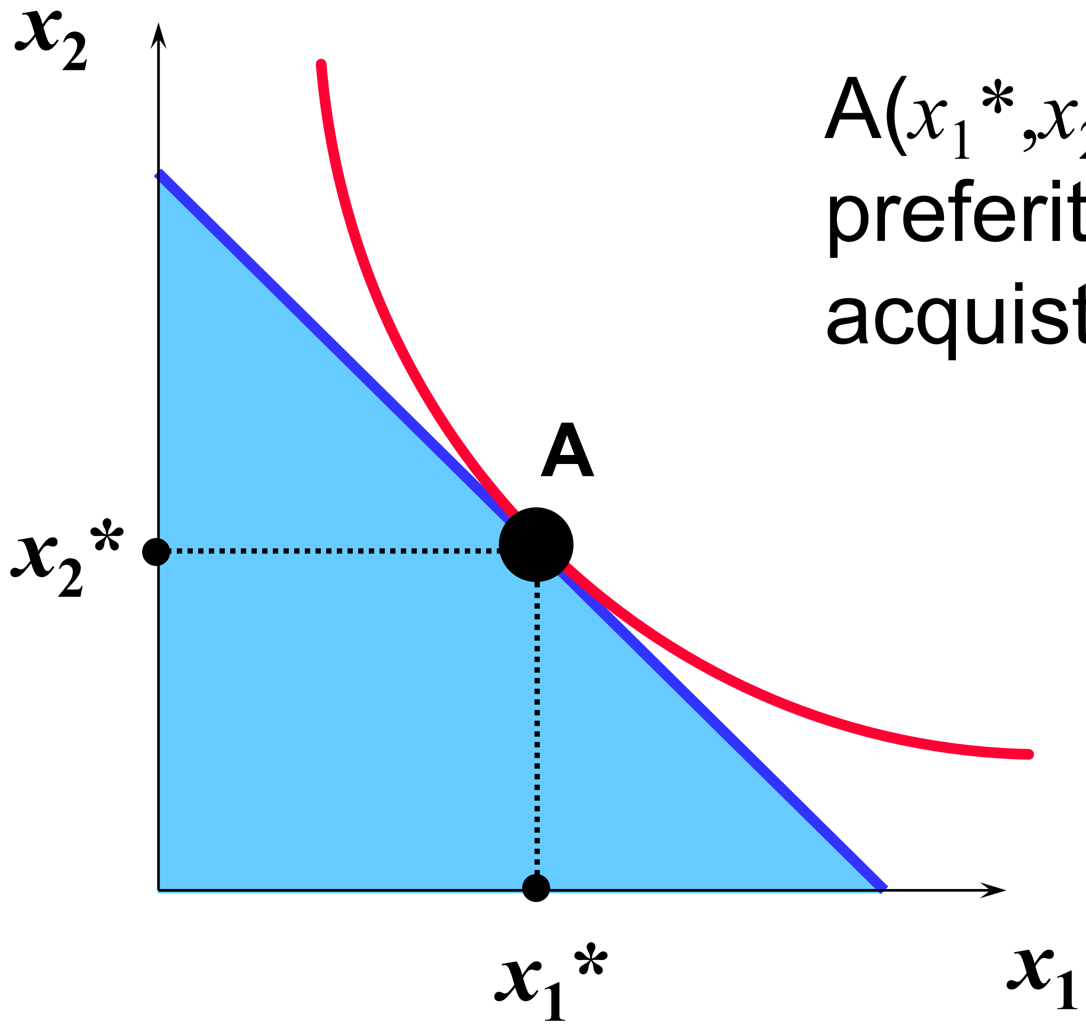
- Come individuare il paniere preferito tra quelli disponibili?

- Il problema è visualizzabile in modo molto semplice.


x_2
La scelta ottima non può stare nemmeno su questa curva: non è raggiungibile!
La scelta ottima non può stare su questa curva: possiamo fare meglio!
Panieri acquistabili
x_1

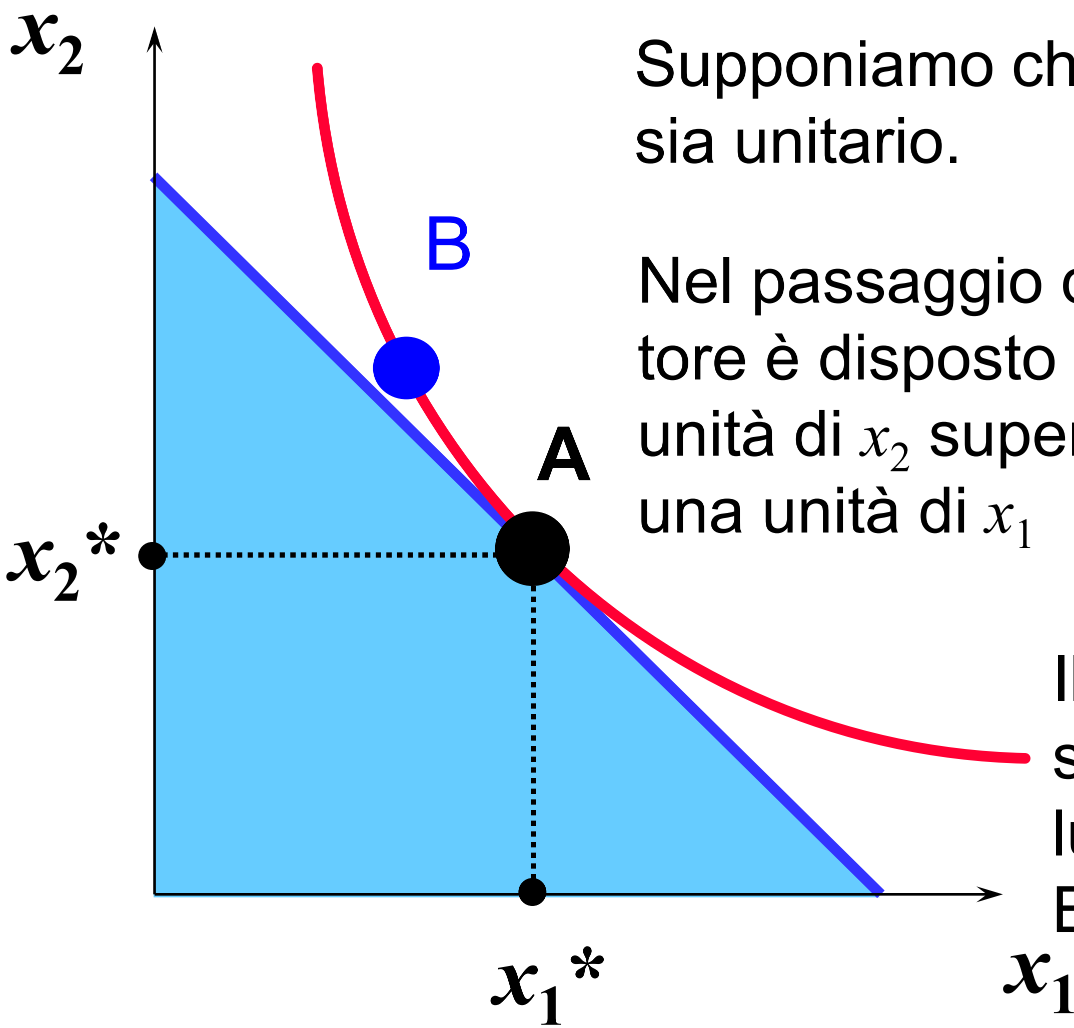


Il punto ottimale deve stare sulla curva di indifferenza tangente al vincolo di bilancio (punto **A**).



A(x_1*,x_2*) è il paniere preferito tra quelli acquistabili.

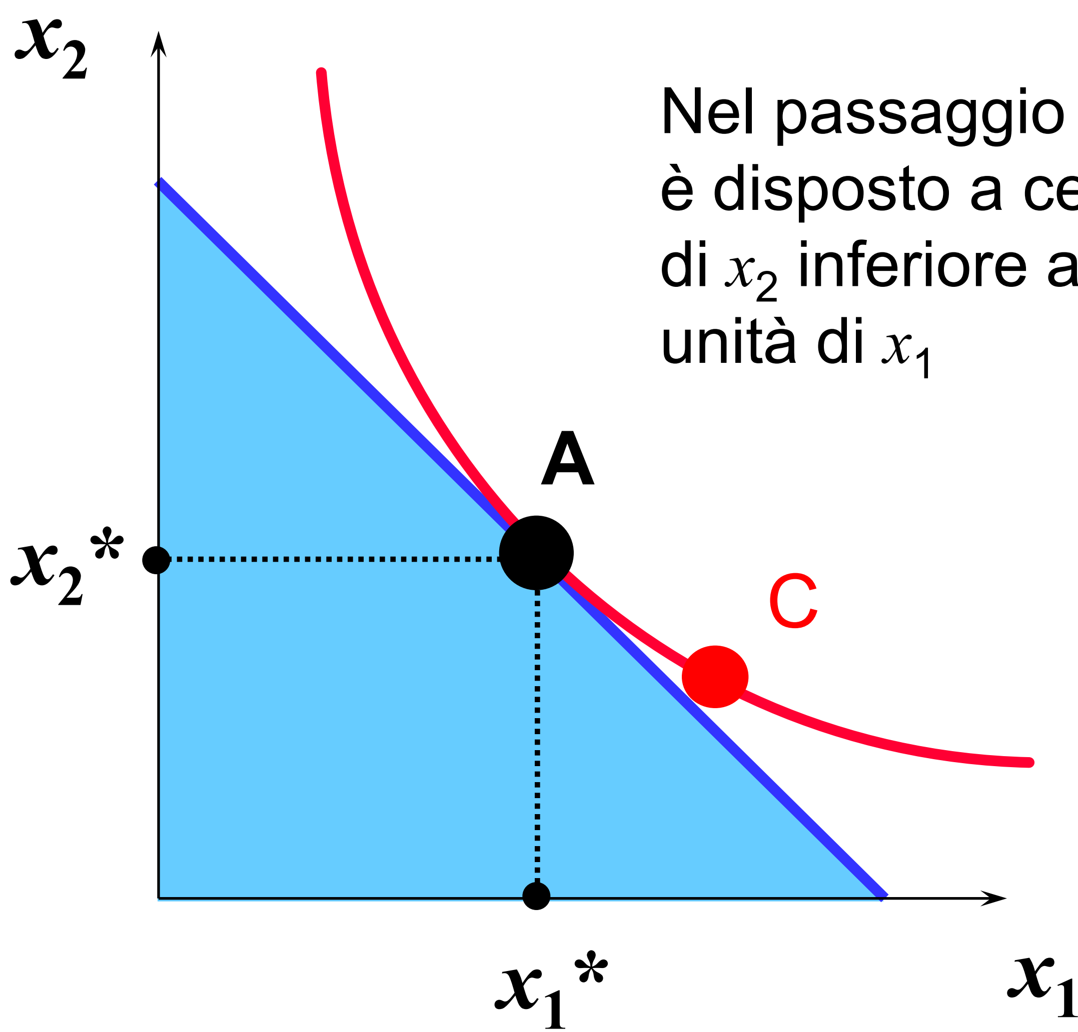
Interpretazione economica



Supponiamo che il rapporto tra i prezzi sia unitario.

Nel passaggio da B ad A il consumatore è disposto a cedere un numero di unità di x_2 superiore ad 1 per ottenere una unità di x_1

Il SMS del consumatore è superiore (in valore assoluto) ad 1: il passaggio da B ad A è vantaggioso!



Nel passaggio da A a C il consumatore è disposto a cedere un numero di unità di x_2 inferiore ad 1 per ottenere una unità di x_1

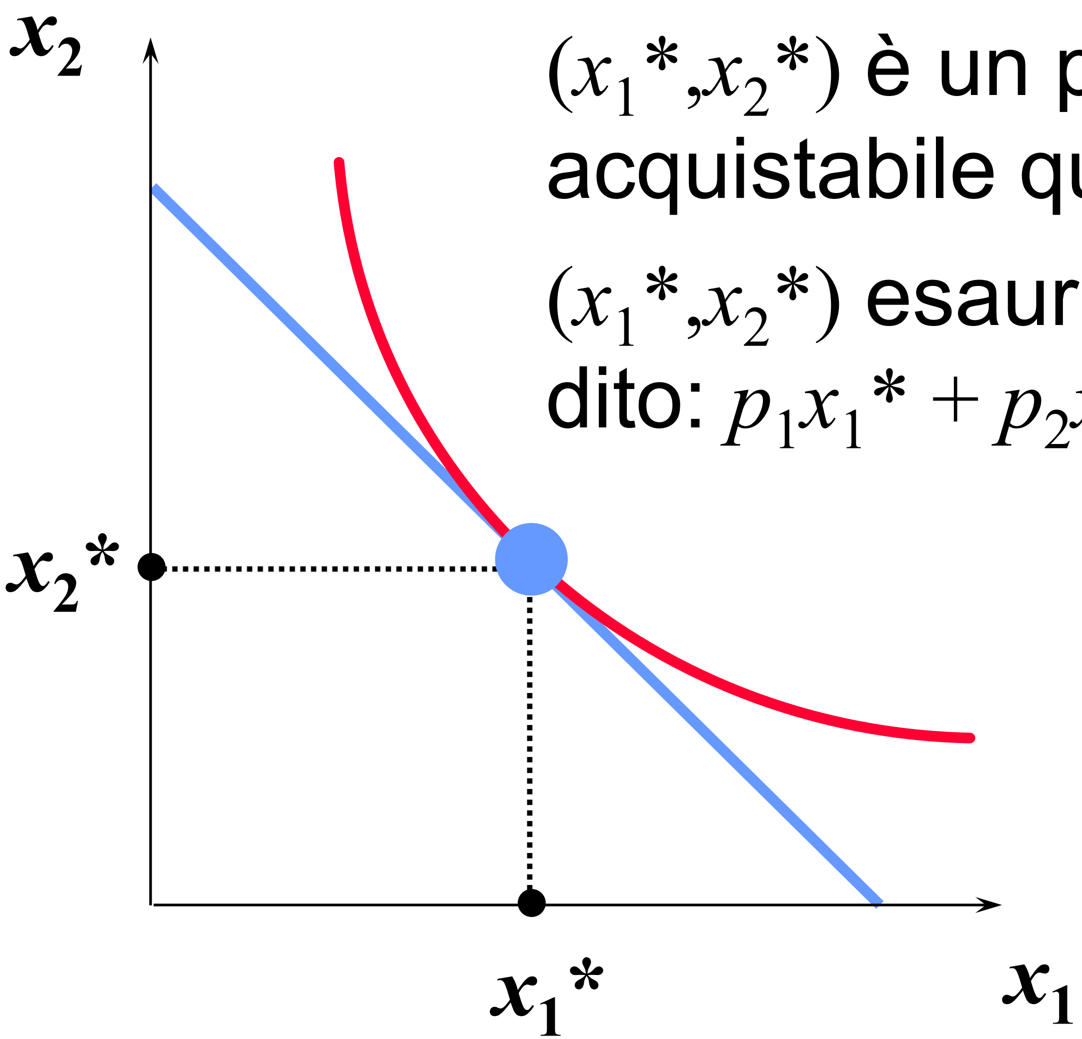
Il *SMS* del consumatore è inferiore (in valore asso-luto) ad 1: il passaggio da A a C non è vantaggioso!

Domanda ordinaria

- Il paniere preferito si definisce "domanda ordinaria" del consumatore dati i prezzi ed il reddito.

- Le curve di domanda ordinaria si denotano con $x_1*(p_1,p_2,m)$ e $x_2*(p_1,p_2,m)$.

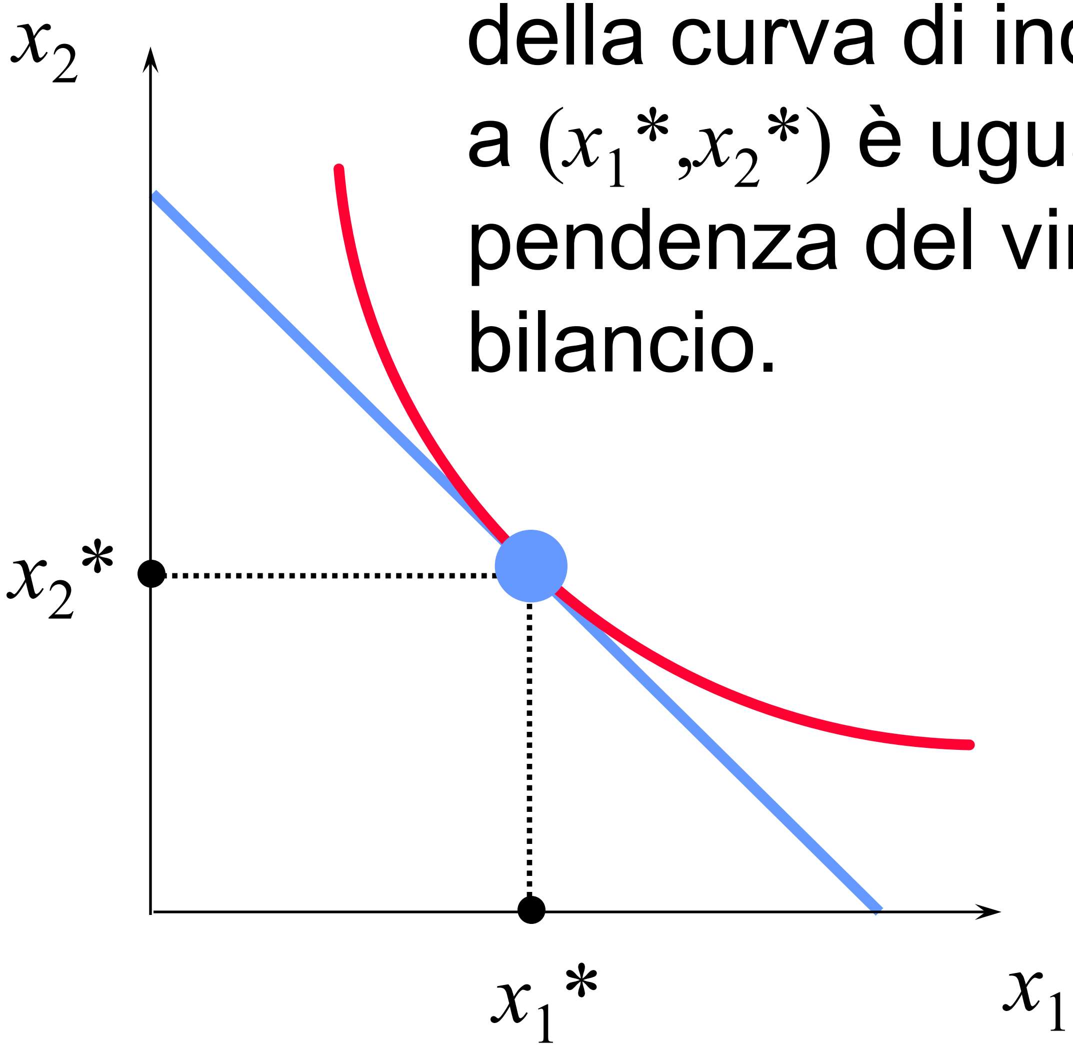
- Notate che…..



(x_1*,x_2*) è un paniere acquistabile quindi:

(x_1*,x_2*) esaurisce il reddito: $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$

Naturalmente, la pendenza della curva di indifferenza a (x_1^*, x_2^*) è uguale alla pendenza del vincolo di bilancio.



- Quindi il paniere A(x_1*,x_2*) soddisfa due condizioni:

(a) il reddito monetario è “esaurito”;

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$$

(b) la pendenza del vincolo di bilancio, -p_1/p_2, e la pendenza della curva di indifferenza cui appartiene A sono uguali in A(x_1*,x_2*).

Calcolo del paniere ottimale (domanda ordinaria)

- Queste informazioni devono essere sfruttate per calcolare il paniere ottimale A(x_1*,x_2*) dati p_1, p_2 ed m.

- Procederemo ora al calcolo basato su una funzione di utilità Cobb-Douglas

- Supponiamo che un consumatore abbia preferenze Cobb-Douglas.

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

- Quindi le utilità marginali sono:

$$UMg_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = a x_1^{a-1} x_2^b$$

$$UMg_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = b x_1^a x_2^{b-1}$$

- Per cui, il SMS è:

$$SMS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2} = -\frac{a x_1^{a-1} x_2^b}{b x_1^a x_2^{b-1}} = -\frac{a x_2}{b x_1}.$$

- Ad A(x_1*,x_2*), $SMS = -p_1/p_2$, quindi:

$$-\frac{a x_2^*}{b x_1^*} = -\frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_2^* = \frac{b p_1}{a p_2} x_1^*. \qquad \textbf{(1)}$$

- Il paniere A(x_1*,x_2*) deve anche “esaurire” le risorse disponibi, per cui:

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m. \qquad \textbf{(2)}$$

- Formiamo quindi un sistema con due equazioni e due incognite:

$$x_2^* = \frac{bp_1}{ap_2} x_1^* \qquad \textbf{(1)}$$

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m. \qquad \textbf{(2)}$$

Dalla **(1)** sappiamo che

$$x_2^* = \frac{bp_1}{ap_2} x_1^* \qquad \textbf{(1)}$$

Sostituendo nella **(2)**

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m. \qquad \textbf{(2)}$$

si ottiene

$$p_1 x_1^* + p_2 \frac{bp_1}{ap_2} x_1^* = m.$$

Semplificando, si ottiene la domanda per x_1

$$x_1^* = \frac{am}{(a+b)p_1}.$$

Sostituendo x_1* nel vincolo di bilancio:

$$p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m$$

si ottiene:

$$x_2^* = \frac{bm}{(a+b)p_2}.$$

Abbiamo verificato che il paniere preferito tra quelli acquistabili per un consumatore con preferenze Cobb-Douglas

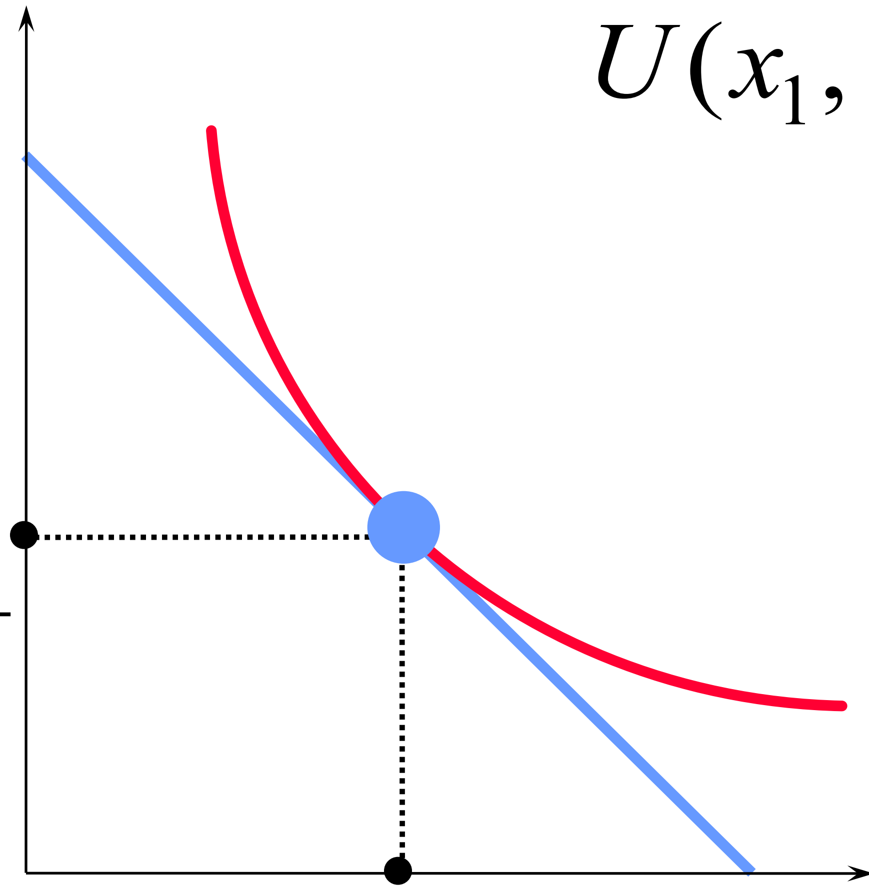
$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

è dato da:

$$(x_1^*, x_2^*) = \left\{ \frac{am}{(a+b)p_1}, \frac{bm}{(a+b)p_2} \right\}.$$

Graficamente:

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$



$$x_2^* = \frac{bm}{(a+b)p_2}$$

$$x_1^* = \frac{am}{(a+b)p_1}$$

Funzioni di domanda

- Cambiando i prezzi p_1, p_2 (od il reddito m) si ottiene la quantità domandata a quei prezzi (a quel reddito)

- Gli argomenti della funzione di domanda ordinaria (marshalliana) sono i prezzi ed il reddito

Scelta razionale vincolata

- Quando $x_1^* > 0$, $x_2^* > 0$ e (x_1^*, x_2^*) esaurisce le risorse,
  le curve di domanda ordinarie si ottengono risolvendo:

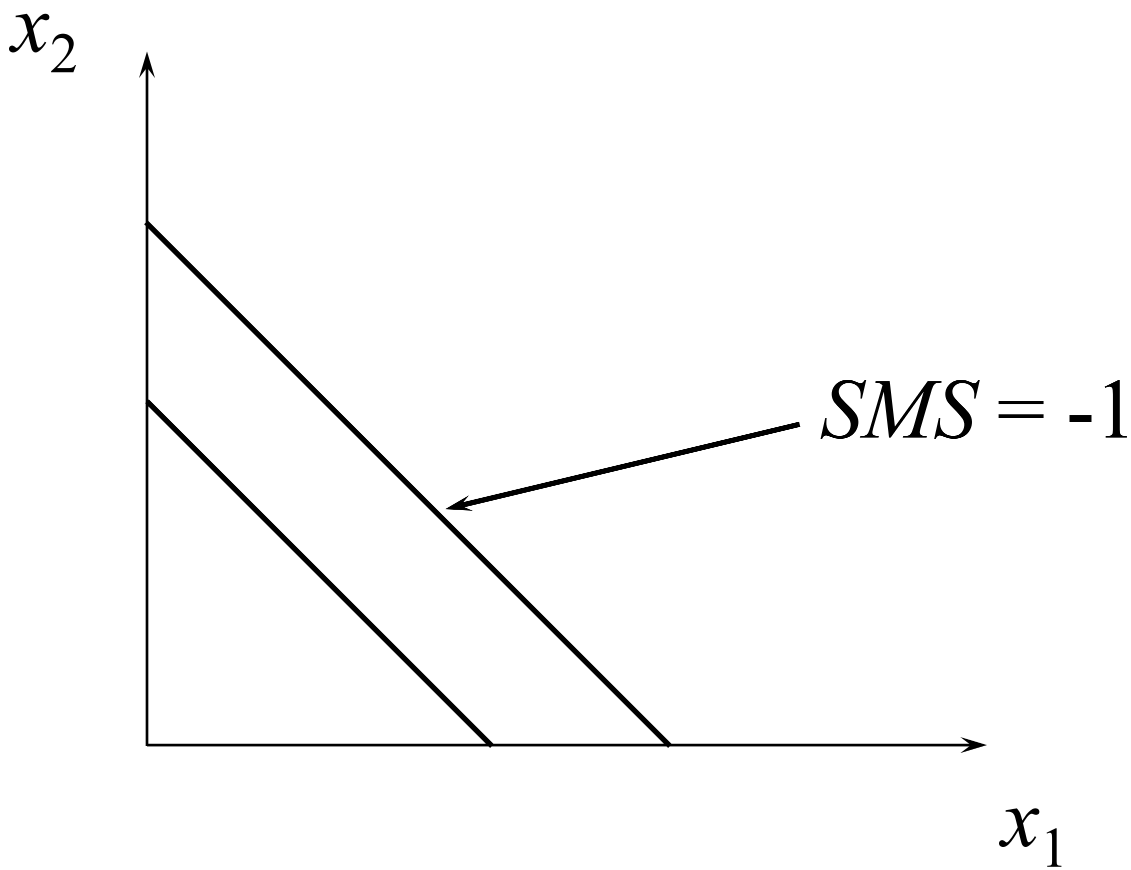
- (1) $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m$
- (2) la pendenza del vincolo di bilancio, (p_1/p_2), e della curva di indifferenza che contiene (x_1^*, x_2^*) sono uguali per il paniere (x_1^*, x_2^*).

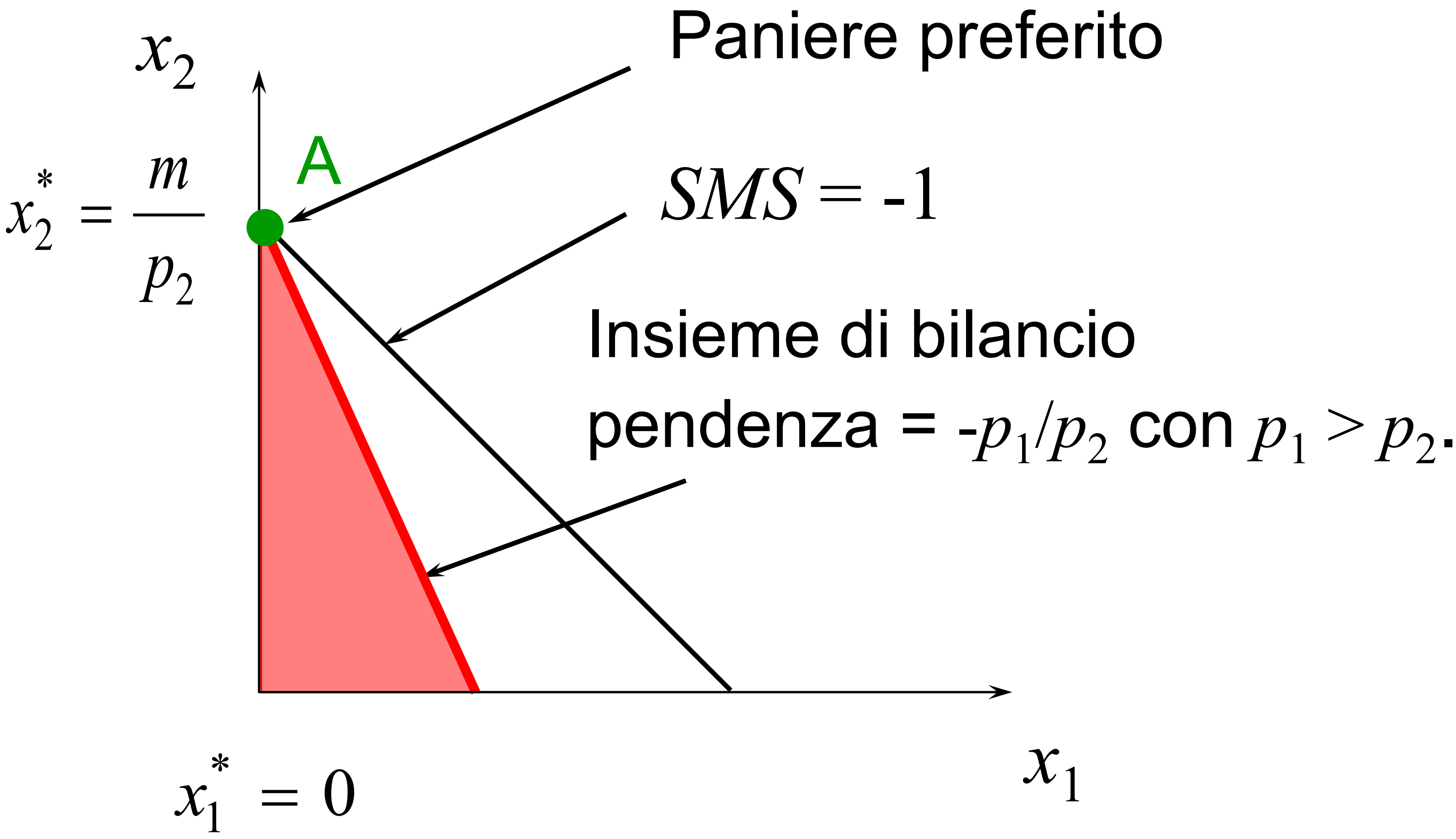
- Chiediamoci ora cosa accade se $x_1* = 0$ o se $x_2* = 0$?

- Se $x_1* = 0$ o se $x_2* = 0$, allora la domanda ordinaria (x_1*,x_2*) è ad una soluzione d'angolo per il problema della massimizzazione dell'utilità sotto vincolo di bilancio.

- Visualizziamo un esempio

Soluzioni d'angolo – il caso dei sostituti perfetti

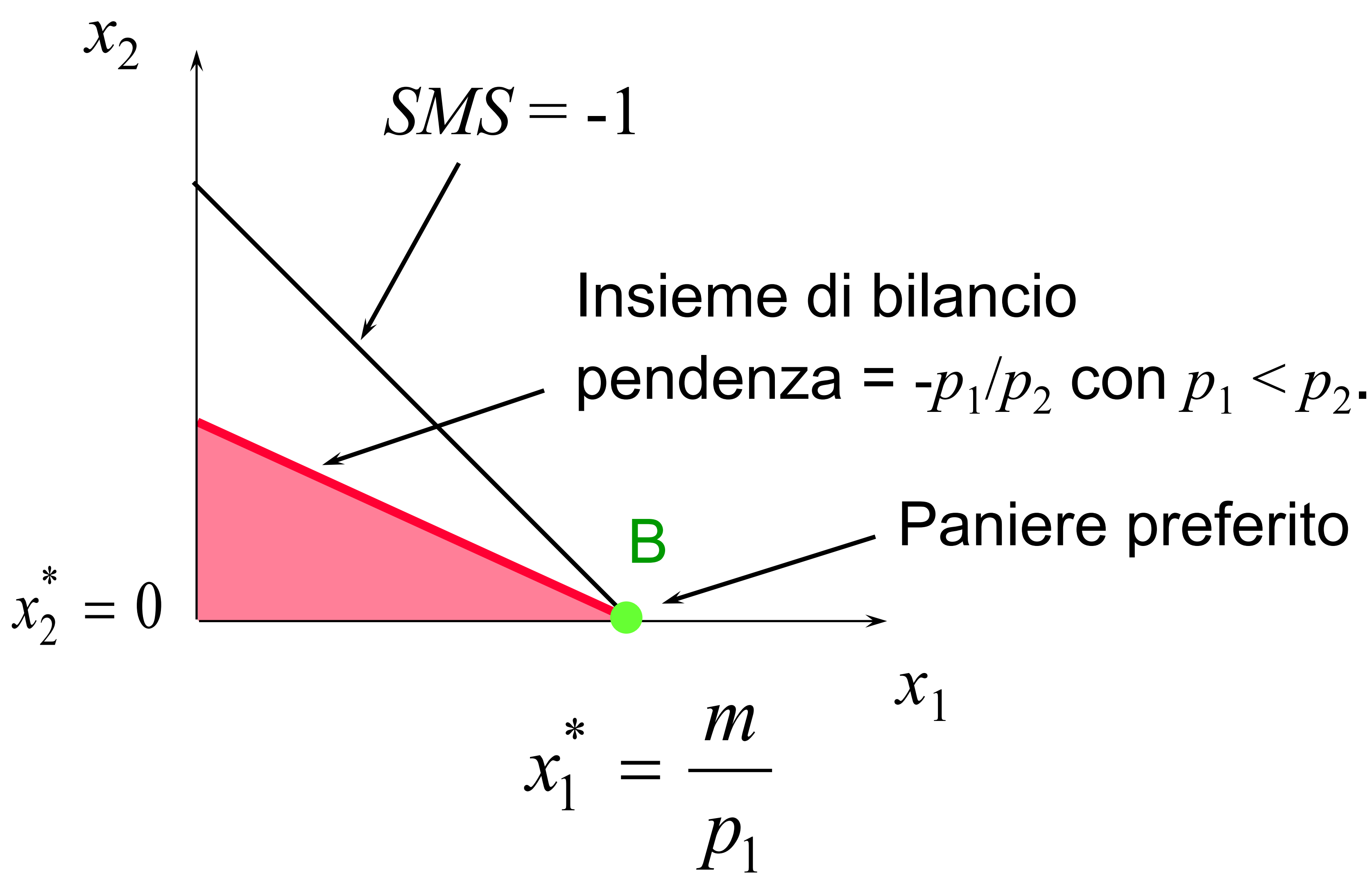



Paniere preferito
x_2
A
$x_2^* = \frac{m}{p_2}$
$SMS = -1$
Insieme di bilancio
pendenza = $-p_1/p_2$ con $p_1 > p_2$.
x_1
$x_1^* = 0$

- Il paniere A è quello che garantisce utilità maggiore (tra i panieri acquistabili)

- Tutto il reddito viene speso per l'acquisto del bene x_2.

- Pertanto $p_2x_2=m$, da cui si ottengono le coordinate di A

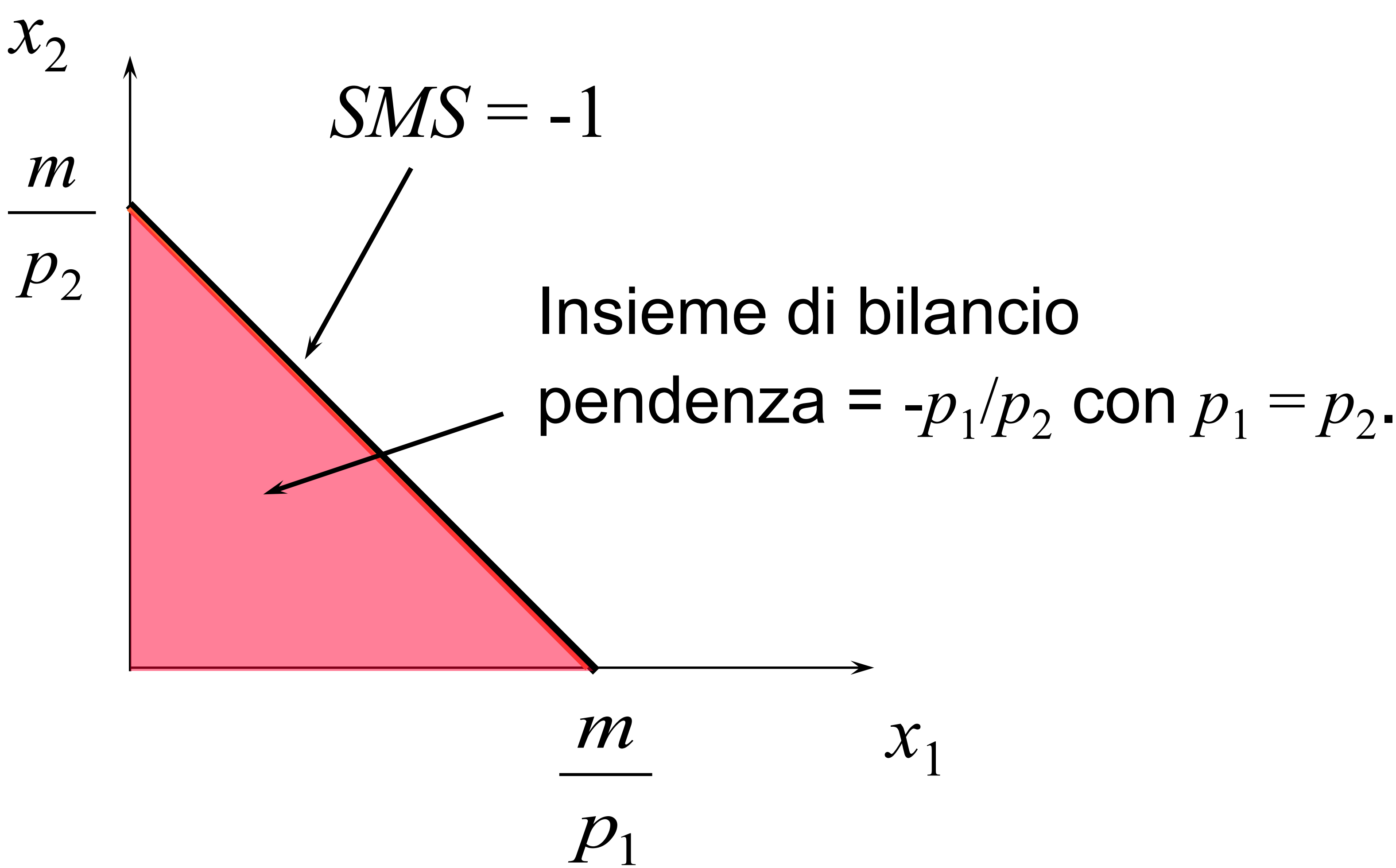

x_2
$SMS = -1$
Insieme di bilancio
pendenza = $-p_1/p_2$ con $p_1 < p_2$.
B
Paniere preferito
$x_2^* = 0$
x_1
$x_1^* = \frac{m}{p_1}$

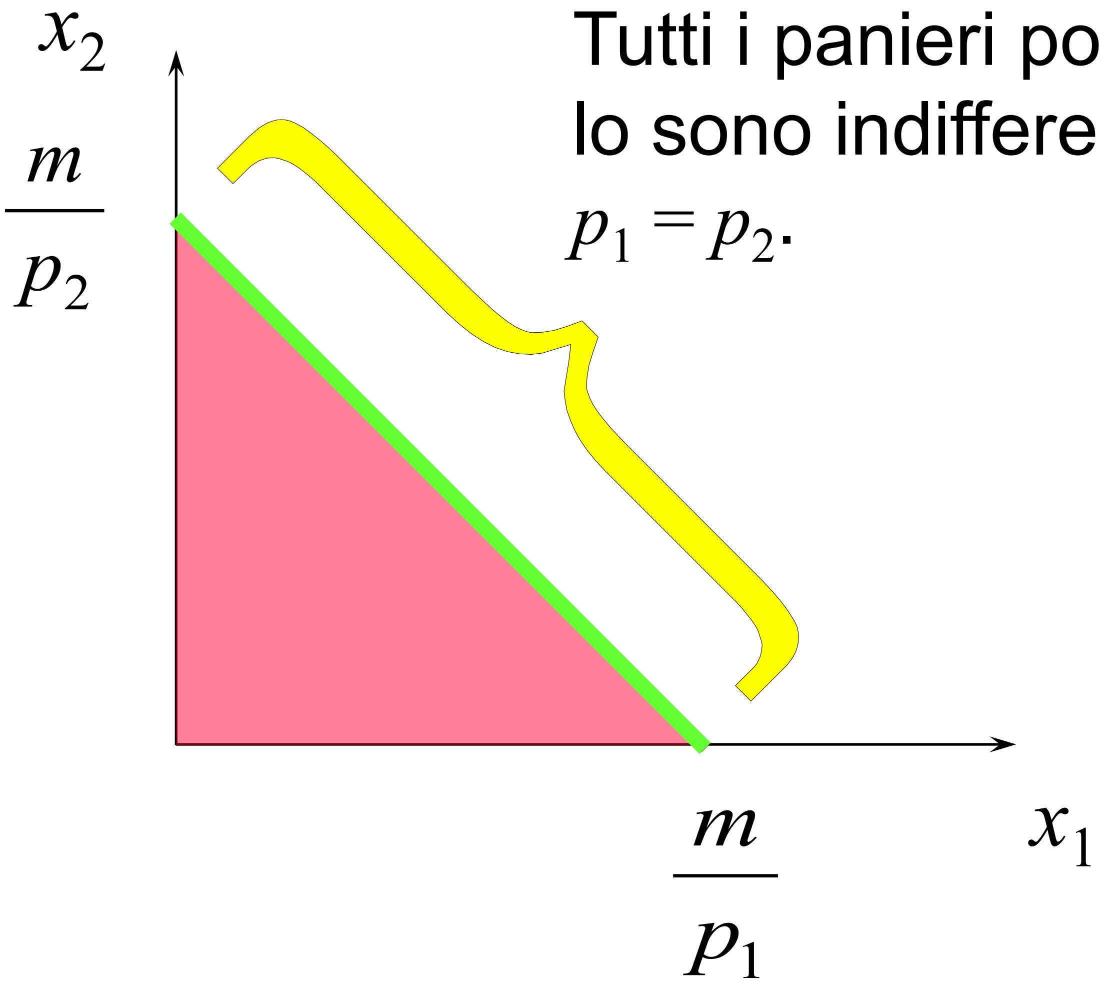
Quando $U(x_1,x_2) = x_1 + x_2$, il paniere acquistabile preferito è (x_1^*,x_2^*), dove:

$$(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{m}{p_1}, 0\right) \qquad \text{se } p_1 < p_2$$

e

$$(x_1^*, x_2^*) = \left(0, \frac{m}{p_2}\right) \qquad \text{se } p_1 > p_2.$$


x_2
$\frac{m}{p_2}$
$SMS = -1$
Insieme di bilancio
pendenza = $-p_1/p_2$ con $p_1 = p_2$.
$\frac{m}{p_1}$
x_1

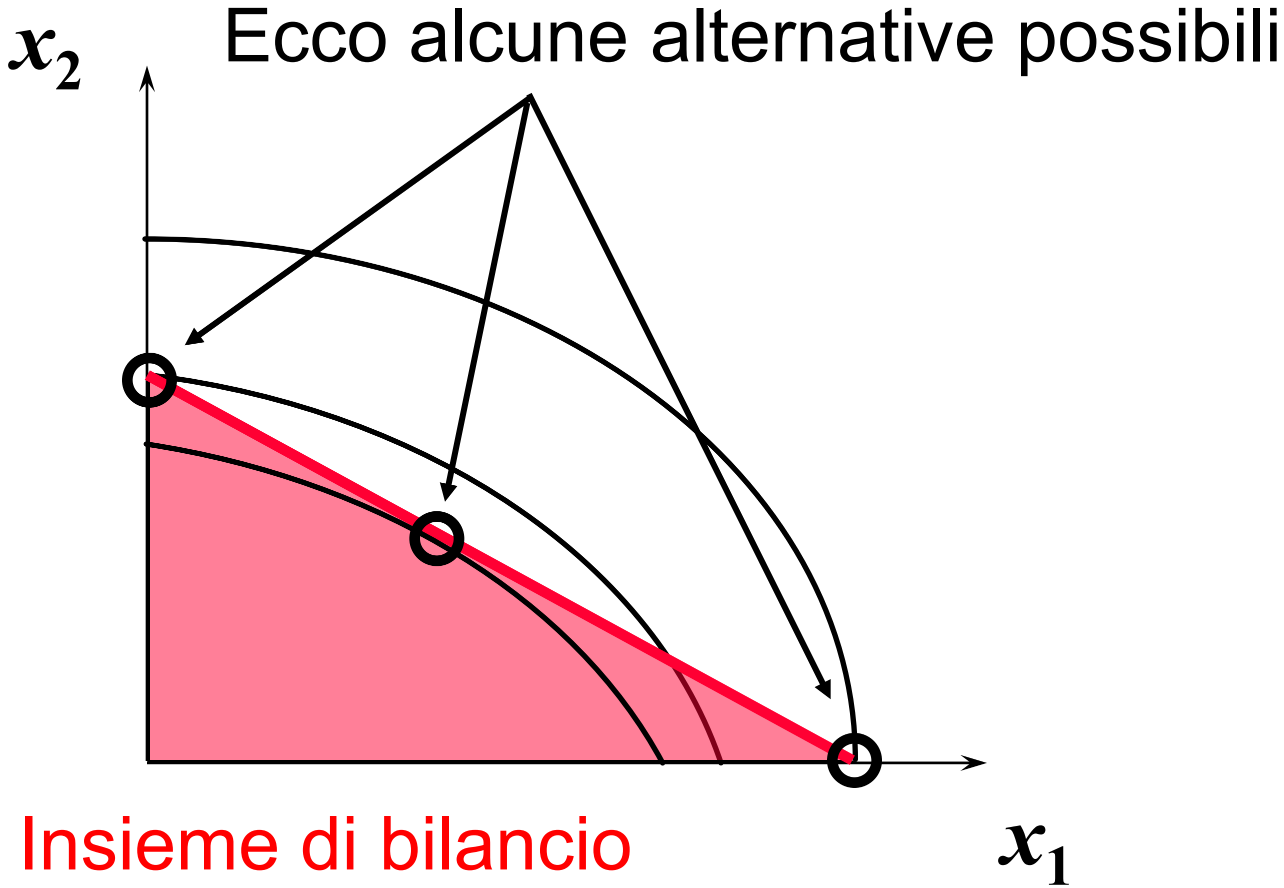


Tutti i panieri posti sul vinco-
lo sono indifferenti quando
$p_1 = p_2$.

Soluzioni d’angolo:
- preferenze non-convesse

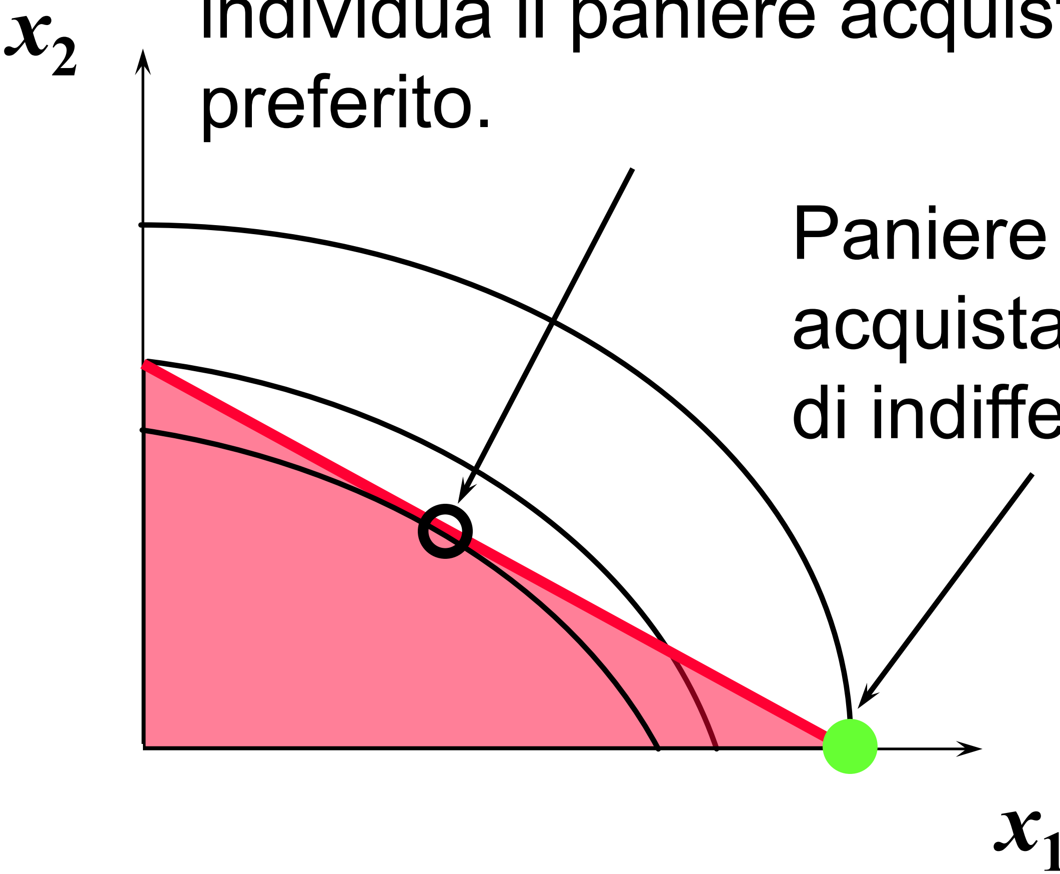
- Esaminiamo una situazione diversa.
- Le preferenze sono continue e monotone
- Tuttavia **non sono convesse**

Quale paniere scegliere?



La “soluzione di tangenza” non individua il paniere acquistabile preferito.

Paniere preferito tra quelli acquistabili: sta sulla curva di indifferenza più elevata



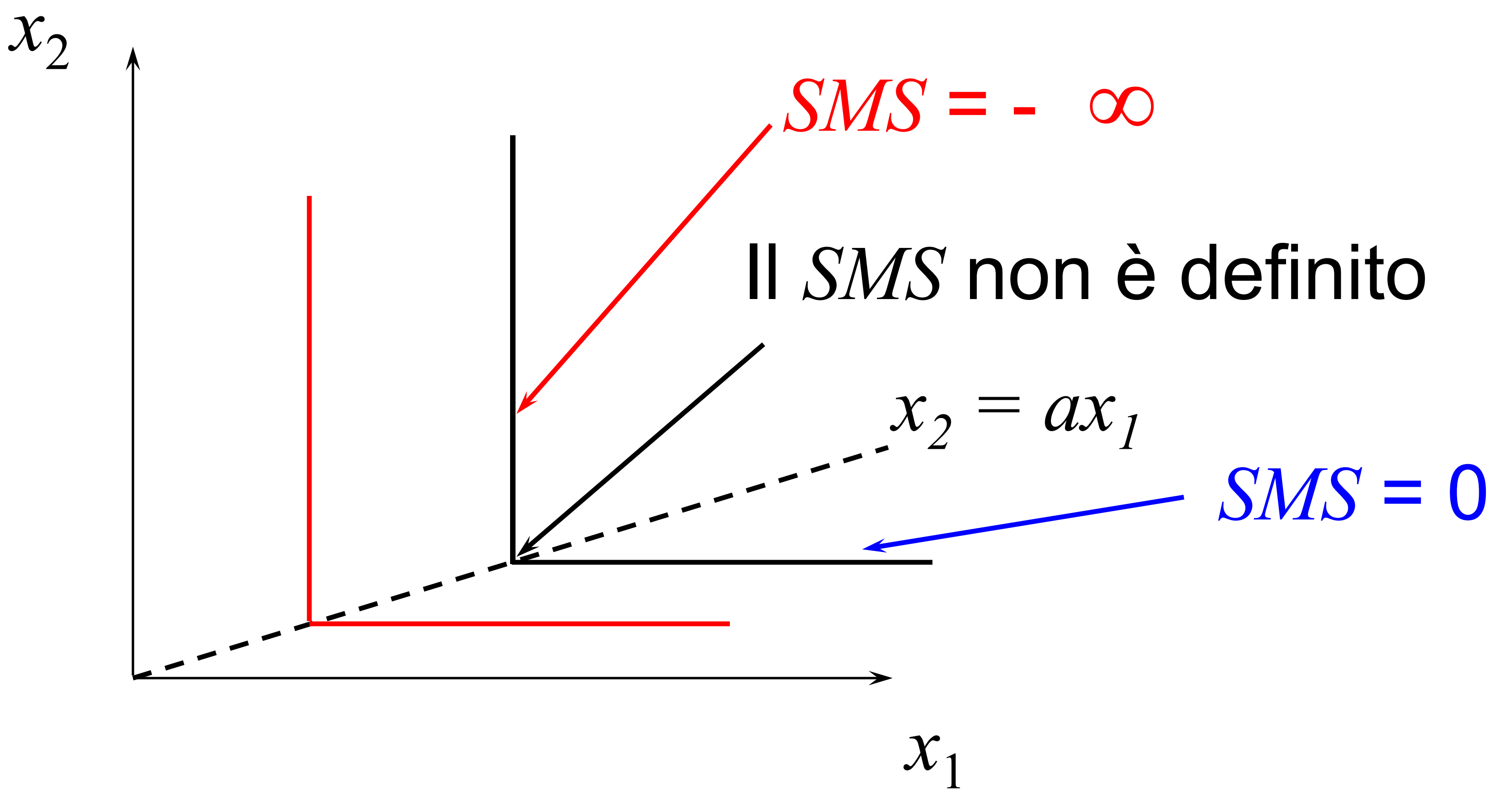
Soluzioni d'angolo – il caso di perfetti complementi

- Esaminiamo un caso diverso: x_1* ed x_2* sono positivi ma la soluzione è "d'angolo".

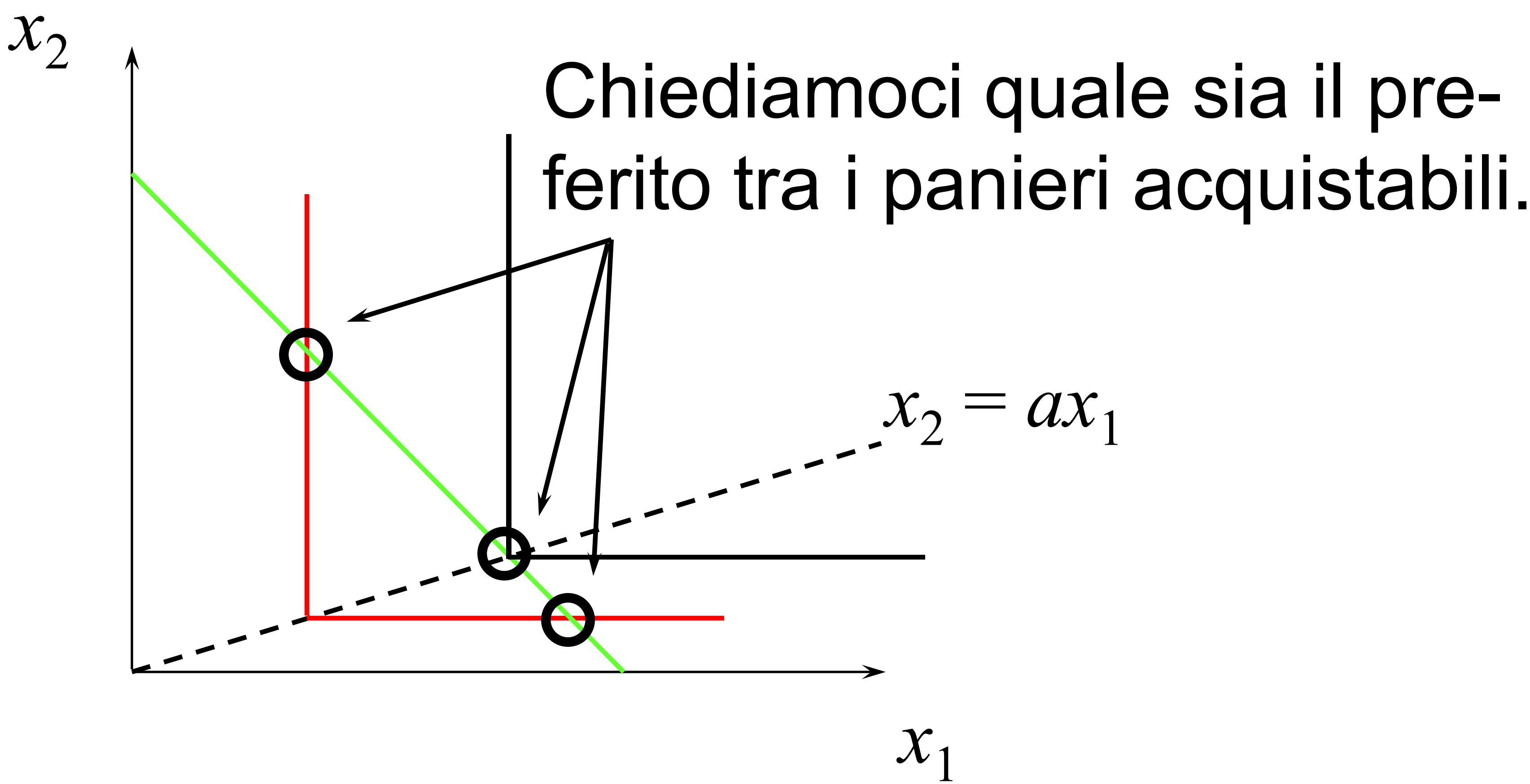
- Ciò può accadere se le preferenze sono espresse da curve di indifferenza che presentano angoli.

- L'esempio più ovvio è costituito dal caso di "perfetta complementarietà".

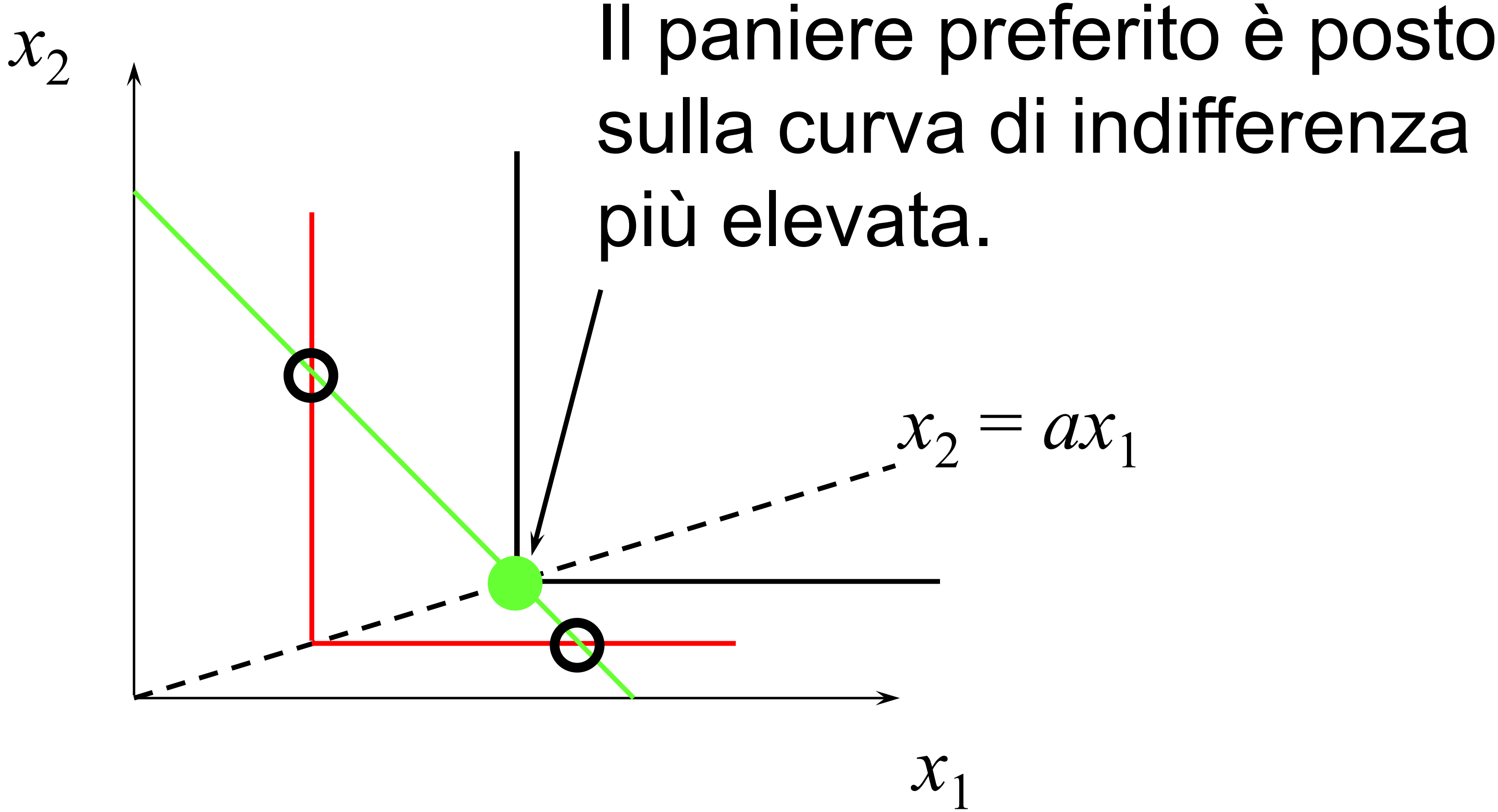
$$U(x_1,x_2) = \min\{ax_1,x_2\}$$



$$U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, x_2\}$$



$$U(x_1, x_2) = \min\{ax_1, x_2\}$$

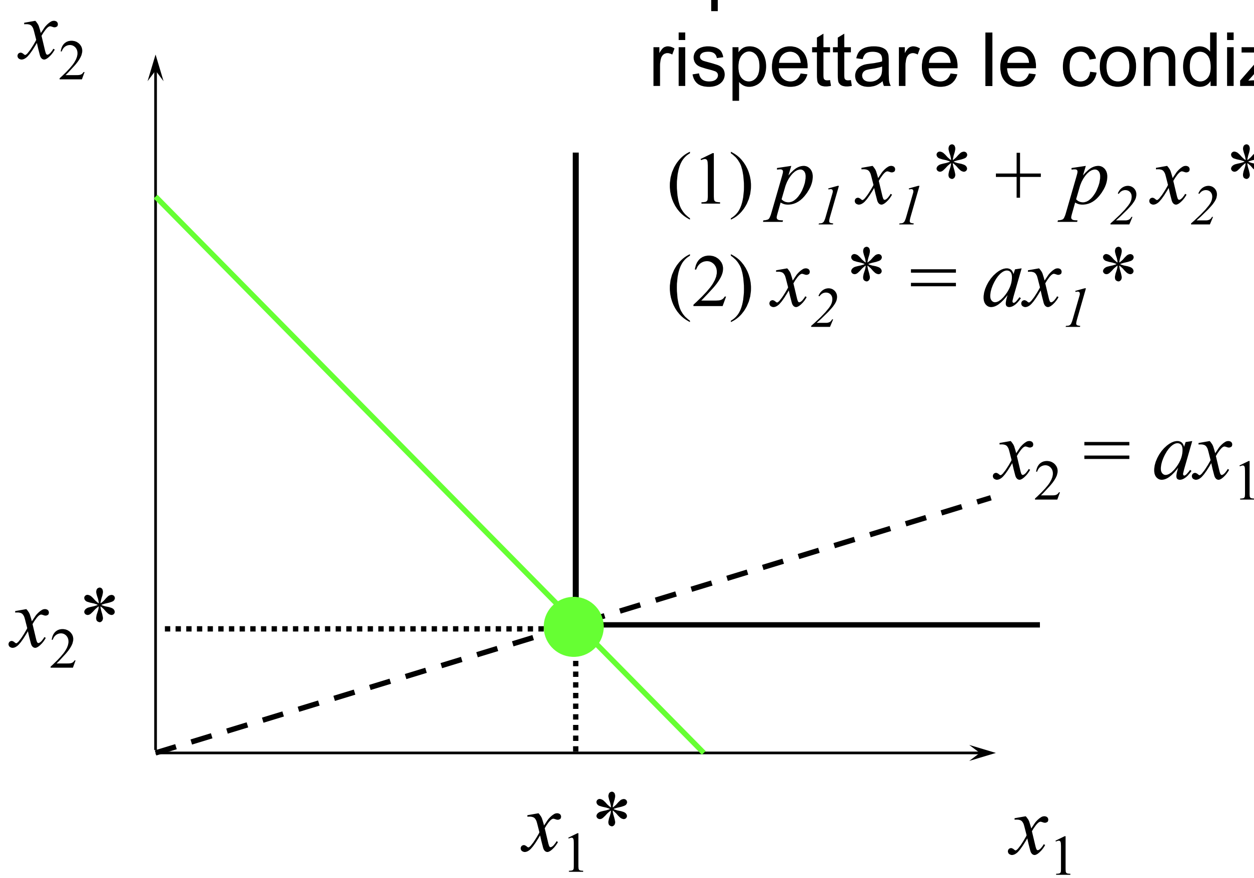


$$U(x_1,x_2) = \min\{ax_1,x_2\}$$

Il paniere ottimale deve rispettare le condizioni:

(1) $p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m$

(2) $x_2^* = ax_1^*$



Partendo da:

(a) $p_1 x_1* + p_2 x_2* = m$; (b) $x_2* = a x_1*$.

Sostituendo x_2* da (b) in (a) si ottiene

$$p_1 x_1* + p_2 a x_1* = m$$

e quindi: $$x_1^* = \frac{m}{p_1 + a p_2}$$

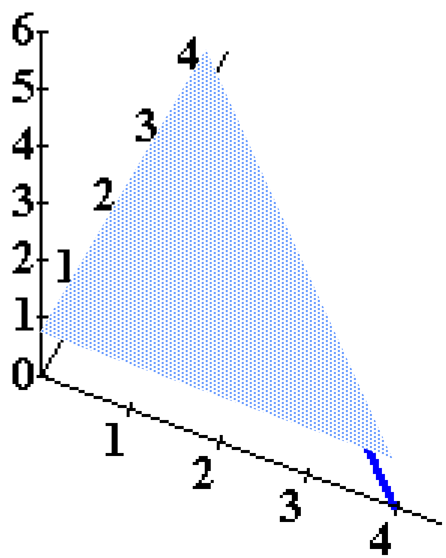
Sostituendo nuovamente x_1* nella (b) otteniamo la curva di domanda per il secondo bene:

$$x_2^* = \frac{am}{p_1 + ap_2}.$$

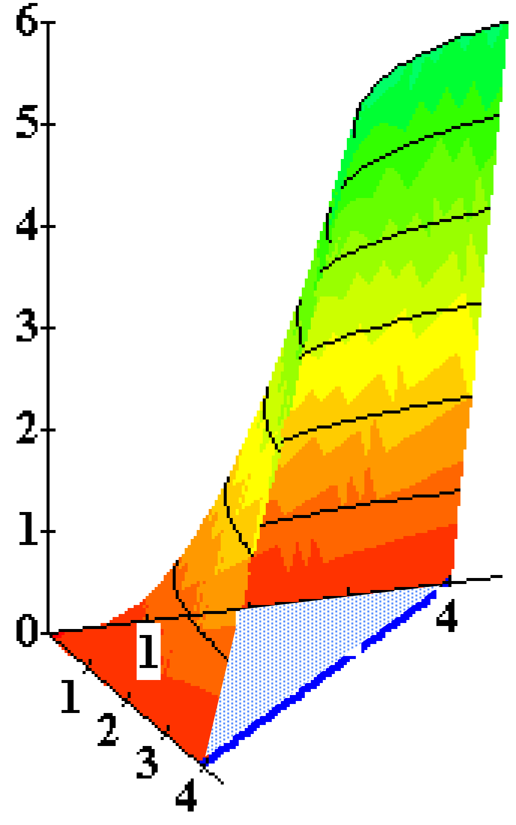
Sostituendo x_1* e x_2* nel vincolo di bilancio, si verifica che tale paniere è acquistabile.

Approfondimento: scelta vincolata in 3D

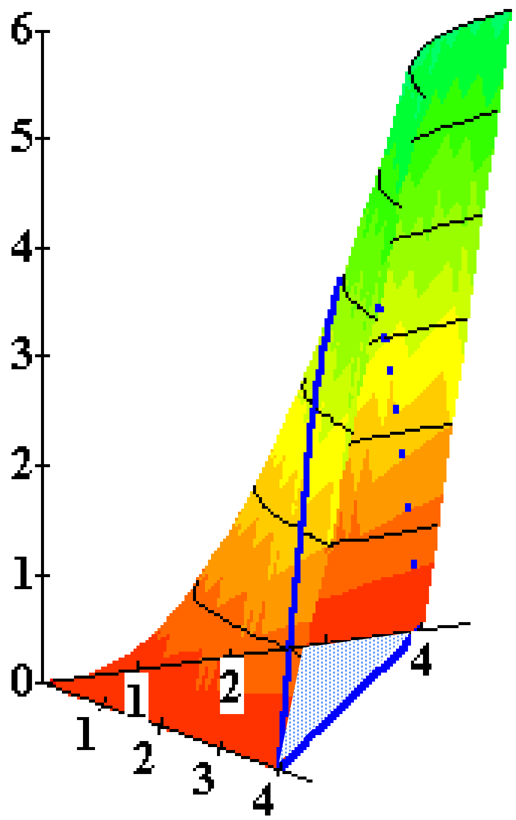
Utilità

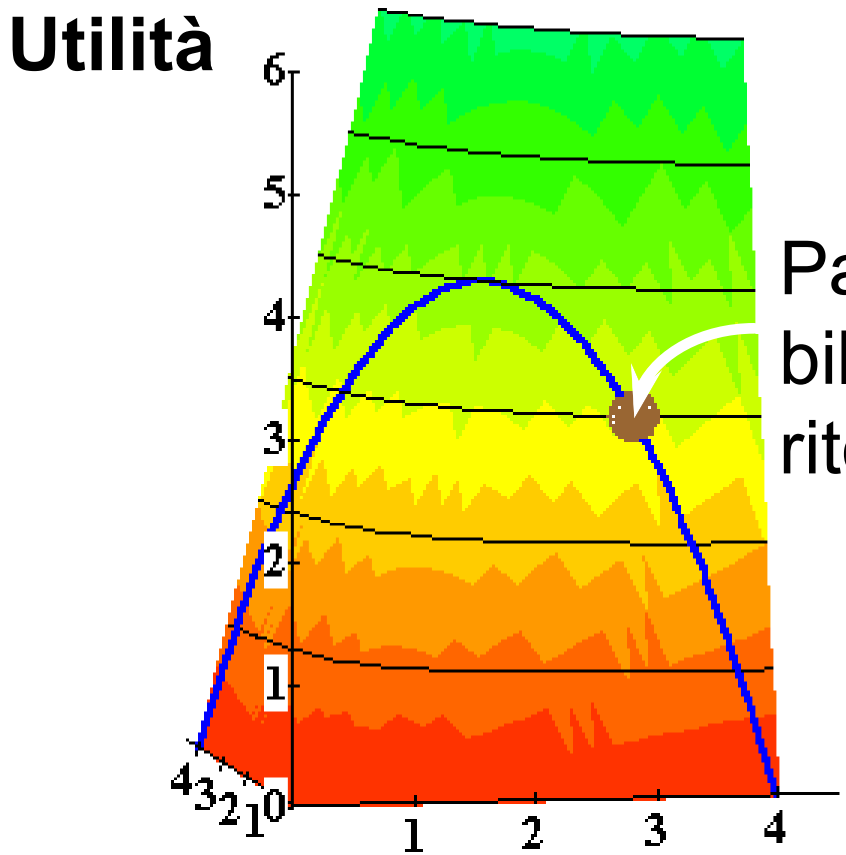


Utilità



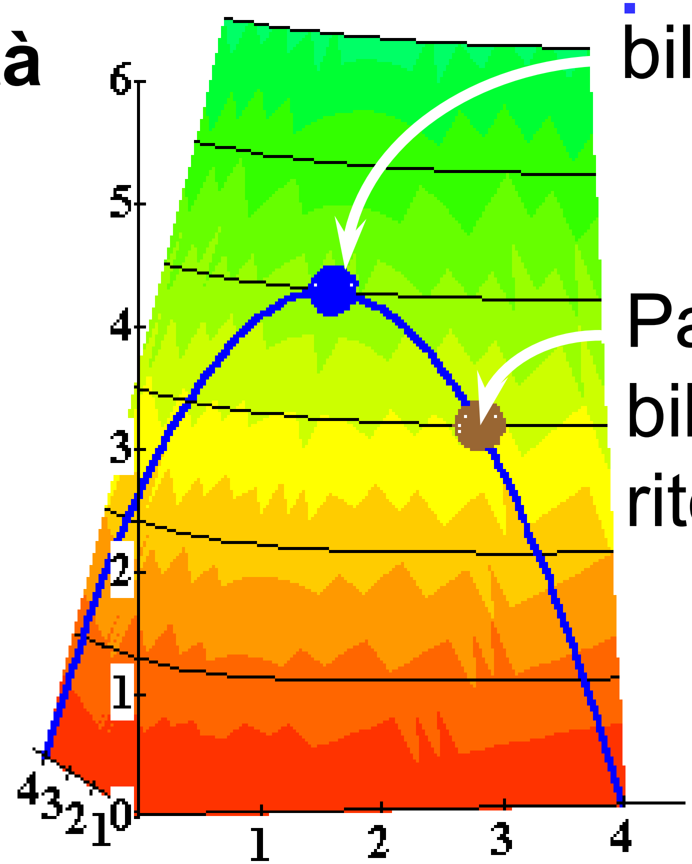
Utilità





Paniere acquista-
bile ma non prefe-
rito.

Utilità



Paniere preferito tra quelli acquista-bili

Paniere acquista-bile ma non prefe-rito.

Proiezione 2D del grafico 3D