

Esercizio 1

A Kate viene proposta la seguente scommessa: vincere 500 mila euro oppure vincere 10 mila euro con la stessa probabilità. Se Kate non accetta la scommessa, ottiene 100 mila euro con certezza. Si indichi:

- il valore monetario atteso della scommessa.
- la scelta che farebbe Kate se fosse neutrale al rischio;
- la scelta che farebbe Kate se fosse un individuo con utilità $u = x^{1/2}$.

- $500.000 \times 0,5 + 10.000 \times 0,5 = 255.000$
- $255.000 > 100.000 \rightarrow$ Kate giocherebbe la scommessa.
- $u(100.000) = 316,23$
 $u(500.000, 10.000; 1/2, 1/2) = 0,5 \times 707,1 + 0,5 \times 100 = 353,55 + 50 = 403,55$
 $403,55 > 316,23 \rightarrow$ Kate giocherebbe ugualmente la scommessa.

Esercizio 2

Eleonora possiede un'auto che vale 20 mila euro ha una probabilità del 2% (0,02) che la sua auto venga rubata.

- Qual è il valore atteso dell'automobile se Eleonora non ha un'assicurazione?
- Un'assicurazione le offre il seguente contratto: un rimborso (R) pari al valore dell'auto se questa viene rubata, in cambio di un premio (P) di 500 euro. Se Eleonora è neutrale al rischio, le conviene assicurarsi?
- E se è avversa al rischio, con utilità $u = x^{1/2}$? Qual è il premio assicurativo massimo che Eleonora vorrà pagare?

- $20.000 \times 0,98 = 19.600$
- $20.000 - 500 = 19.500 < 19.600 \rightarrow$ Eleonora **non** si assicura
- Senza** assicurazione $u = 20.000^{1/2} \times 0,98 = 138,59$
Con assicurazione $u = (20.000 - P)^{1/2} \rightarrow P_{MAX}$ se $u = (20.000 - P_{MAX})^{1/2} = 138,59$
 $20.000 - P_{MAX} = 138,59^2 \rightarrow P_{MAX} = 20.000 - 19.207 = 793$
NB: risarcimento atteso per la compagnia di assicurazione $20.000 \times 0,02 = 400$

Esercizio 3

Benedetta deve scegliere tra due contratti: il primo contratto prevede un salario $s_B = 500$ euro con probabilità $p = 0,3$ e un salario $s_A = 1.000$ euro con probabilità $p = 0,7$. Il secondo contratto prevede invece un salario $s_B = 200$ euro con probabilità $p = 0,4$ e un salario $s_A = 1.500$ euro con probabilità $p=0,6$.

- Si calcoli il valore monetario atteso da ciascun contratto.
- Quale contratto sceglie Benedetta se è neutrale al rischio?
- Quale contratto è preferito da Benedetta se è avversa al rischio, con $u = s^{1/2}$

- $500 \times 0,3 + 1.000 \times 0,7 = 150 + 700 = 850$ [VA primo contratto]
 $200 \times 0,4 + 1.500 \times 0,6 = 80 + 900 = 980$ [VA secondo contratto]
- $980 > 850 \rightarrow$ Benedetta sceglierà il secondo contratto
- $500^{1/2} \times 0,3 + 1.000^{1/2} \times 0,7 \approx 6,71 + 22,13 = 28,84$ [UA primo contratto]
 $200^{1/2} \times 0,4 + 1.500^{1/2} \times 0,6 \approx 5,65 + 23,24 = 28,89$ [UA secondo contratto]
Benedetta sceglierà ugualmente il secondo contratto

Esercizio 4

Alessia ha una funzione di utilità $u=1000x^{1/2}$, dove x è il reddito e può effettuare un investimento che produce un reddito netto pari a 60 con probabilità $\frac{1}{2}$ e pari a 400 con probabilità $\frac{1}{2}$.

- a) Si determini il valore esatto dell'equivalente certo del reddito incerto di Alessia.
- b) Si determini il valore del premio per il rischio di Alessia.

$$a) u_{inv} = 1.000 \times 60^{1/2} \times 0,5 + 1.000 \times 400^{1/2} \times 0,5 \approx 3.873 + 10.000 = 13.873$$

Equivalente Certo:

$$1.000 \times EC^{1/2} = 13.873$$

$$EC = (13.873/1.000)^2 = 192,46$$

$$b) \text{ premio per il rischio} \equiv VA - EC$$

$$EC = 192,46$$

$$VA = 60 \times 0,5 + 400 \times 0,5 = 230$$

$$\text{premio per il rischio} = 230 - 192,46 = 37,54$$