

Esercizio 1

Nel mercato delle automobili usate è possibile acquistare auto di alta e di bassa qualità. Le prime sono vendute soprattutto ad acquirenti più sensibili alla qualità, mentre le seconde ad acquirenti più sensibili al prezzo. Le curve di domanda e di offerta di ciascun sotto-mercato sono:

$$\begin{aligned}Q_D^A &= 160000 - 12,5 p^A \\Q_O^A &= -48000 + 13,5 p^A \\Q_D^B &= 110000 - 12,5 p^B \\Q_O^B &= 20000 + 10 p^B\end{aligned}$$

- Assumendo che sia i compratori sia i venditori siano in grado di distinguere i due tipi di auto, determinare il prezzo e la quantità di equilibrio in ognuno dei due sotto-mercati.
- Determinare l'equilibrio di mercato nel caso in cui vi sia un'asimmetria informativa per cui solo i venditori sono in grado di conoscere a priori la qualità delle auto (sotto l'ipotesi che le automobili vendute siano di qualità media).
- Descrivere l'equilibrio di lungo periodo nel mercato delle auto usate.

Esercizio 2

Consideriamo il caso di un proprietario e di un manager. Il proprietario desidera massimizzare la sua funzione di profitto $\pi = y - w$, che dipende direttamente dalla produzione y e dal salario w pagato al manager. Il manager desidera invece rendere massima la propria funzione di utilità, $U = w - s$, che dipende direttamente dal salario percepito w e inversamente dall'impegno lavorativo s .

- A quali condizioni tale situazione rappresenta un problema di principale-agente con rischio morale?
- Supponiamo che l'impegno lavorativo possa assumere due valori, $s=(1;2)$, e che la produzione dipenda dall'impegno del manager nel seguente modo. Se l'impegno è $s = 1$, la produzione sarà pari a: $y = 10$ con probabilità $p = 1/2$ e $y = 50$ con probabilità $p = 1/2$. Se l'impegno del manager è invece $S = 2$, la produzione sarà pari a 50 con $p = 1$. Il valore dell'utilità di riserva del manager è $\underline{U} = 10$. Si verifichi che un livello di salario $w = 12$ (indipendente dalla produzione) soddisfa sempre il vincolo di partecipazione del manager, ma non soddisfa il vincolo di compatibilità degli incentivi. Si calcoli il profitto atteso del principale in corrispondenza di ciascuno dei due livelli d'impegno del manager.
- Si verifichi che il contratto ottimo per il principale consiste nel cedere all'agente l'attività di produzione del bene y a un prezzo $p = 38$.

ES.1

"BIDONI"

a)

$$\left. \begin{aligned} Q_D^A &= 160000 - 12,5 p^A \\ Q_O^A &= -48000 + 13,5 p^A \end{aligned} \right\} 160000 + 48000 = (13,5 + 12,5) p^A$$

$$\rightarrow 26 p^A = 208000$$

$$p^{A*} = 8000$$

$$Q^{A*} = 160000 - 12,5 \cdot 8000 = 60'000$$

$$\left. \begin{aligned} Q_D^B &= 110000 - 12,5 p^B \\ Q_O^B &= 20000 + 10 p^B \end{aligned} \right\} 110000 - 20000 = (12,5 + 10) p^B$$

$$\rightarrow 22,5 p^B = 90000$$

$$p^{B*} = 4000$$

$$Q^{B*} = 60'000$$

b) IPOTIZZIAMO CHE LA DOMANDA SIA UNA DOMANDA MEDIA,
VISTO CHE DAL PUNTO DI VISTA DELLA DOMANDA
IL 50% DELLE AUTO SONO DI TIPO A E L'ALTRO 50%
SONO DI TIPO B.

$$Q_D^M = \frac{Q_D^A + Q_D^B}{2} = \frac{160000 - 12,5P + 110000 - 12,5P}{2} =$$
$$= \frac{270000 - 25P}{2} = 135000 - 12,5P$$

$$\text{mkt (A)}: -48000 + 13,5 p^A = 135000 - 12,5 p^A$$

$$26 p^A = 183000$$

$$p^{A*} \cong 7038$$

$$Q^{A*} = 47025$$

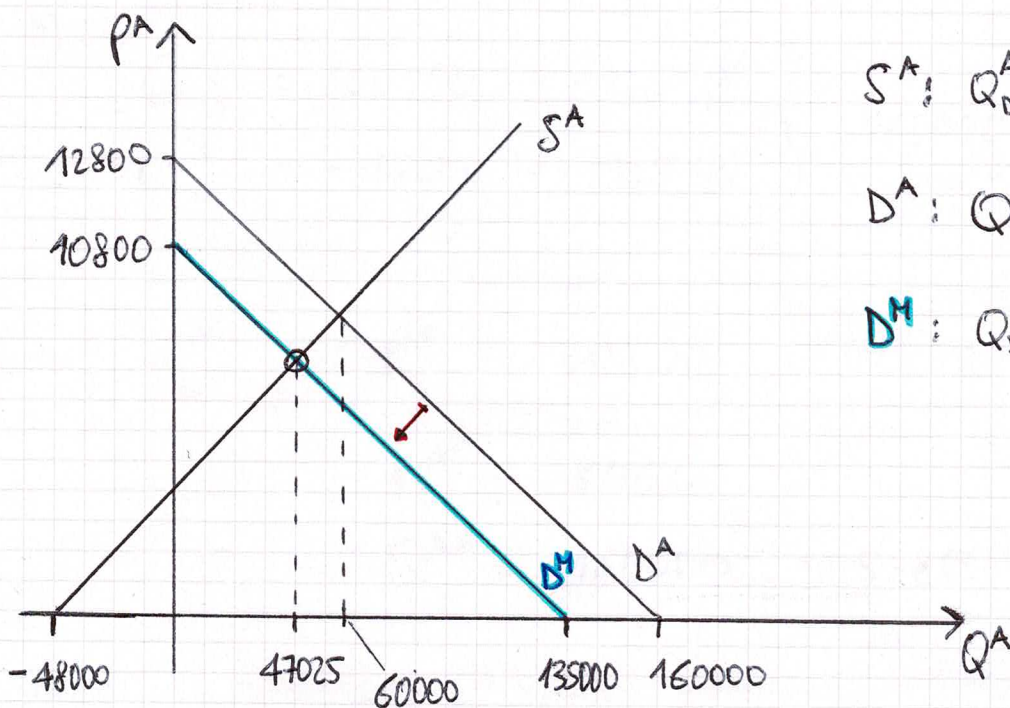
$$\text{mkt (B)}: 20000 + 10 p^B = 135000 - 12,5 p^B$$

$$22,5 p^B = 115000$$

$$p^{B*} \cong 5111$$

$$Q^{B*} = 7110$$

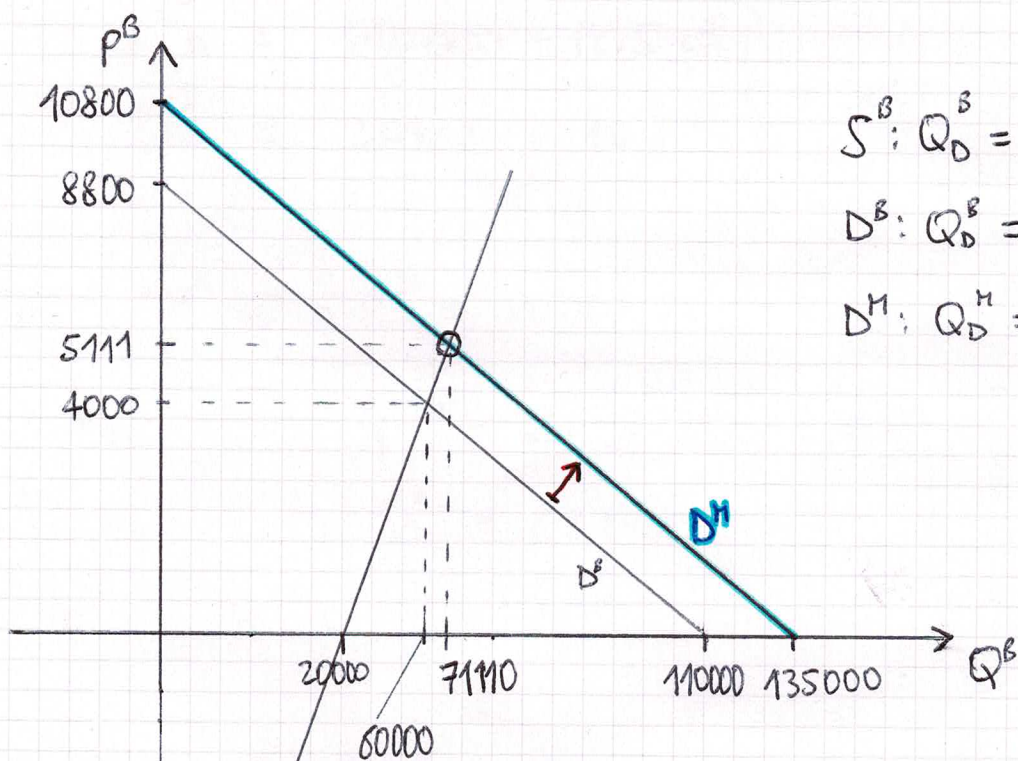
q^A e $p^A \downarrow$ e q^B e $p^B \uparrow$



$$S^A: Q_D^A = -48000 + 13,5 p^A$$

$$D^A: Q_D^A = 160000 - 12,5 p^A$$

$$D^H: Q_D^H = 135000 - 12,5 p^A$$



$$S^B: Q_D^B = 20000 + 10 p^B$$

$$D^B: Q_D^B = 110000 - 12,5 p^B$$

$$D^H: Q_D^H = 135000 - 12,5 p^B$$

c) NEL LUNGO PERIODO $Q^{A*} = 47025$
 $\wedge Q^{B*} = 71110 \neq 50\%$.

LA DOMANDA MEDIA SI SPOSTA VERSO IL BASSO.

QUESTO SPOSTAMENTO SI ARRESTERÀ SOLO QUANDO NEL MERCATO SARANNO VENDUTE SOLO AUTO DI BASSA QUALITÀ E $D^H = D^B$

ES. 2

"PRINCIPALE - AGENTE"

PROPRIETARIO : $\Pi = Y - W$

MANAGER : $U = W - S$

a) LA FUNZIONE OBIETTIVO DEL PROPRIETARIO (PRINCIPALE) E QUELLA DEL MANAGER (AGENTE) DIVERGONO NEL MOMENTO IN CUI IL PROPRIETARIO NON È IN GRADO DI CONOSCERE L'IMPEGNO DEL MANAGER.

→ CLASSICO PROBLEMA PRINCIPALE - AGENTE

b) PRINCIPALE → $\max \Pi = Y(S) - W$

s.v. $\begin{cases} U = W - S \geq 10 = \bar{U} & \text{vincolo di partecipazione (*)} \\ \max U = W - S \end{cases}$

$W(Y)$: funzione che associa livello salariale a livello produttivo.

$S = 1 \rightarrow (*)$ È RISPETTATO SE $W_1 \geq 11 \rightarrow W_1 = 11$

$S = 2 \rightarrow (*)$ È RISPETTATO SE $W_2 \geq 12 \rightarrow W_2 = 12$

$W = 12$ SODDISFA SEMPRE IL VINCOLO DI PARTECIPAZIONE

$U(S_1) = 12 - 1 = 11$

$U(S_2) = 12 - 2 = 10$

→ $11 > 10 !$

IL MANAGER TENDERÀ AD IMPEGNARSI MENO

$$E(\pi|s_1) = E(y|s_1) - w_1 = 10 \cdot 0,5 + 50 \cdot 0,5 - 12 = 19$$

$$E(\pi|s_2) = E(y|s_2) - w_2 = 50 - 12 = 38$$

IL CONTRATTO CON $w = 12$ INDIPENDENTE DA y
NON INCENTIVA IL MANAGER AD IMPEGNARSI.

c)

$$E(U(s_1)) = E(y|s_1) - s_1 - p = (10 \cdot 0,5 + 50 \cdot 0,5) - 1 - 38 = -9$$

$$E(U(s_2)) = E(y|s_2) - s_2 - p = 50 - 2 - 38 = 10 = \bar{U}, \text{ SODDISFA } (*).$$

$\Rightarrow$ IL MANAGER ACQUISTERÀ L' ATTIVITÀ E SI IMPEGNERÀ
AL LIVELLO $s = 2$ (nell' ipotesi che egli sia neutrale
rispetto al rischio associato alla produzione).