Teoria delle aste

A.S.

Teoria delle aste

Un’asta *(auction)* è una modalità di determinazione del prezzo di un bene. Nelle parole di McAfee e McMillan (1987):

An auction is a market institution with an explicit set of rules determining resource allocation and prices on the basis of bids from the market participants. [“Auctions and Bidding”, *Journal of Economic Literature* 25 (2), p.701]

Solitamente un’asta prevede un monopolista (il *seller*) e un numero più o meno ampio di possibili acquirenti (*buyers o bidders*). [NB: spesso nel settore pubblico l’agenzia governativa che organizza un’asta è monopsonista].

L’asta è un meccanismo che permette di sopperire ad un problema di asimmetria informativa: il venditore non conosce infatti quanto ogni singolo possibile acquirente valuti il bene in vendita. Se conoscesse queste valutazioni, potrebbe vendere il bene al *bidder* con valutazione più elevata. L’asta è dunque un meccanismo che permette di estrarre, perlomeno parzialmente, questa informazione.

Due gli aspetti più rilevanti a tale riguardo:

1) La pareto-efficienza dell’asta – il bene in vendita dovrebbe andare all’individuo che lo valuta maggiormente.
2) La massimizzazione del profitto del *seller* e gli strumenti che permettono di conseguire tale obbiettivo.

La letteratura teorica sulle aste è molto ampia, dato il diffuso utilizzo di questo strumento nella pratica.

Gli esempi sono numerosi: opere d’arte, diritti di sfruttamento del sottosuolo, utilizzo di frequenze, assegnazione di slot aeroportuali, acquisto di immobili, fornitura privata di beni pubblici, ecc.

In questa lezione presenterò:

- i meccanismi d’asta più diffusi, come funzionano e quali siano le strategie ottime di offerta dei *bidders*;

- il maggiore risultato (teorico) di questa letteratura, cioè il **Revenue Equivalence Theorem**

I tipi di asta che prenderemo in considerazione sono i seguenti:

Asta inglese (al rialzo, orale o aperta): probabilmente la più nota delle aste: il venditore annuncia un prezzo di partenza e i *bidders* rilanciano sino a che nessuna nuova offerta viene superata. Il proponente dell'offerta si aggiudica il bene pagando un prezzo uguale all'ultima offerta sottoposta.
https://www.youtube.com/watch?v=2tAmO6DmmSA

Asta olandese (al ribasso): il venditore stabilisce un prezzo di partenza che viene abbassato fino a che un *bidder* annuncia la propria intenzione all'acquisto. Tale compratore acquista il bene pagando un prezzo uguale alla propria offerta.
https://www.youtube.com/watch?v=CV-ee7uM5xs

First-price sealed-bid (FPSB): ogni *bidder* sottopone la propria offerta in busta chiusa e senza comunicare con gli altri *bidders*. Risulta vincitore il *bidder* con l'offerta più alta. Il prezzo di vendita è pari a questa offerta.

Second-price sealed-bid (Vickrey): ogni *bidder* sottopone la propria offerta in busta chiusa e senza comunicare con gli altri *bidders*. Risulta vincitore il *bidder* con l'offerta più alta, ma il prezzo di vendita è pari all'offerta immediatamente inferiore a quella vincente (in altre parole, la seconda maggiore offerta).

Ipotesi iniziali del modello di base

Ipotizziamo che ci sia **un monopolista** e un numero **n** di possibili compratori, i quali:

(A1) sono neutrali al rischio;

(A2) sono simmetrici: le valutazioni personali dei compratori sono distribuite tutte rispetto ad una medesima distribuzione F(v). Per semplicità ipotizziamo che F(v) sia uniforme nell'intervallo [0; 1] cosicchè F(v) = v;

(A3) hanno valutazioni personali v che sono indipendenti da quelli degli altri compratori (*indipendent private values*); ciò significa che ogni *bidder* assegna un valore soggettivo al bene in vendita e tale valore dipende esclusivamente dai propri gusti personali.

- Queste prime tre ipotesi potranno essere eventualmente rese meno stringenti, mentre manterremo sempre le seguenti:
- ogni *bidder i* (con i = 1; 2; …; n) conosce la propria valutazione v_i ma non quella di tutti gli altri, egli conosce però la distribuzione di probabilità di tali valutazioni, F(v);
- per comodità, le valutazioni sono ordinate cosicchè: $v_1 > v_2 > ... > v_n$;
- i *bidders* conoscono inoltre perfettamente le regole dell’asta e il numero di partecipanti;
- Il venditore assegna al bene un valore v_0 che, per comodità, assumiamo essere pari a 0.

Le strategie ottime (1)

Un’asta è, di fatto, un gioco sequenziale dove il venditore agisce per primo, decidendo le regole di partecipazione, e i *bidders* per secondi, annunciando le proprie offerte.

Come in tutti i giochi di questo tipo, il venditore ha un vantaggio strategico (il c. d. “vantaggio della prima mossa”): egli può anticipare le strategie dei *bidders* e decidere quindi le più profittevoli regole di partecipazione.

Poiché dunque tale gioco si risolve partendo dalla fine, cerchiamo per prima cosa di individuare le strategie ottime da parte dei *bidders*.

Va da sé che l’intenzione di ogni possibile compratore è quella di appropriarsi del bene se il prezzo di vendita è inferiore o uguale al valore assegnato allo stesso bene. Nel caso il prezzo sia inferiore, il *bidder* può godere di una cosiddetta rendita informativa (*informational rent*).

Le strategie ottime (2)

Asta inglese

Iniziamo dall'asta più semplice. Ogni *bidder* resta nell'asta fino a che il prezzo di vendita rimane al di sotto della propria valutazione, dopodiché esce dall'asta.

In questo modo, è evidente che risulterà vincitore il *bidder* con valutazione v_1 (la più elevata) ed il prezzo di vendita sarà pari a v_2 (o una quantità leggermente maggiore).

Le strategie ottime (3)

Second price sealed-bid

In quest’asta la strategia ottima è quella di dichiarare onestamente la propria valutazione v_i. Anche in questo caso, il vincitore è il *bidder* con valutazione v_1; che paga un prezzo di vendita pari a v_2.

La dimostrazione è semplice: chiamiamo b_i l’offerta del *bidder* con valutazione v_i e definiamo b^* l’offerta più alta tra quelle degli altri *bidders*.

Supponiamo ora che il *bidder* dichiari $b_i < v_i$

Abbiamo tre possibilità:

$b^* < b_i < v_i$: l'offerta b_i è vincente ma lo stesso risultato si sarebbe ottenuto dichiarando $b_i = v_i$;

$b_i < b^* < v_i$: l'offerta b_i è perdente ma il *bidder* i avrebbe potuto vincere e godere di *informational rent* (cioè fare meglio) dichiarando $b_i = v_i$;

$b_i < v_i < b^*$: l'offerta b_i è perdente ma lo stesso risultato si sarebbe ottenuto dichiarando $b_i = v_i$.

<u>Rispetto a una dichiarazione $b_i < v_i$; essere onesti non avrebbe mai peggiorato la situazione e l'avrebbe anzi migliorata in un caso.</u>

Supponiamo ora che il *bidder* dichiari $b_i > v_i$

Abbiamo tre possibilità:

$b^* < v_i < b_i$: l'offerta b_i è vincente ma lo stesso risultato si sarebbe ottenuto dichiarando $b_i = v_i$;

$v_i < b^* < b_i$: l'offerta b_i è vincente ma il *bidder* i ha una perdita pari a $b^* - v_i$! Egli avrebbe potuto fare meglio dichiarando $b_i = v_i$ (nessuna perdita);

$v_i < b_i < b^*$: l'offerta b_i è perdente ma lo stesso risultato si sarebbe ottenuto dichiarando $b_i = v_i$;

<u>Rispetto a una dichiarazione $v_i < b_i$; essere onesti non avrebbe mai peggiorato la situazione e l'avrebbe anzi migliorata in un caso.</u>

Ne segue che la strategia migliore da seguire è quella di dichiarare esattamente $b_i = v_i$.

Le strategie ottime (4)

First-price sealed-bid (e asta olandese)

In entrambi i casi, ogni *bidder* cercherà di mascherare in qualche modo la propria valutazione, dato che il prezzo da pagare viene stabilito pari alla propria offerta. Poiché la strategia è la stessa in entrambe le aste, analizzeremo solo il caso dell'asta FPSB.

La strategia di offerta in questo caso fa leva sulle congetture di ogni *bidder* rispetto alle dichiarazione degli altri *bidders* e non è più dunque indipendente da esse.

Ipotizziamo che in equilibrio ogni *bidder* determini la propria offerta b attraverso una funzione di offerta B(v):

Ipotizziamo che in equilibrio ogni *bidder* determini la propria offerta b attraverso una funzione di offerta B(v). In altre parole, in equilibrio il *bidder* i sceglie la propria offerta b_i secondo tale funzione, che ipotizziamo crescente in v (a valutazione più elevata corrisponde un'offerta più elevata) e derivabile.

Definiamo l'utilità attesa del *bidder* i come:

$$E(U_i) = (v_i - B(v_i))v_i^{n-1}$$

Ciò significa che l'utilità attesa del *bidder* è una funzione lineare *dell'informational rent* (la differenza tra valutazione personale, v_i , e prezzo pagato, $B(v_i)$, pesata dalla probabilità di vittoria v_i^{n-1}. Otteniamo che:

$$b_i = B(v_i) = \frac{n-1}{n}v_i$$

Una notazione sugli equilibri dei giochi.

Nell’asta di Vickrey dichiarare la verità è una strategia dominante per il giocatore i. Ciò significa che qualunque strategia stiano seguendo gli altri giocatori, quella di i è una scelta ottima.
Questo ragionamento vale ovviamente per ogni giocatore e dunque si dice che l’equilibrio nell’asta di Vicrey è un equilibrio a strategia dominante.

Anche nell’asta inglese esiste un equilibrio a strategia dominante. Tale strategia consiste nel restare nell’asta finchè il prezzo di vendita non ha raggiunto la propria valutazione personale.

Nell’asta olandese e in quella FPSB, il concetto di equilibrio utilizzato è invece quello di Bayes-Nash per giochi a informazione incompleta: ogni *bidder* sottopone un’offerta ottima, date le sue credenze (che sono corrette in equilibrio) sulle offerte ottime sottoposte da tutti gli altri giocatori.

Dal punto di vista pratico, è lecito attendersi che gli individui sappiano più facilmente realizzare le proprie strategie dominanti rispetto a equilibri di Bayes-Nash.

Il risultato teorico appare dunque più credibile nelle aste inglese e di Vickrey.

Tutti i meccanismi d’asta analizzati sono efficienti. Il *bidder* con la valutazione più elevata v_1 ottiene sempre il bene (pareto efficienza). Egli gode inoltre sempre di una certa *informational rent.*

Si può dimostrare [sotto certe condizioni] che il valore di tale rendita è lo stesso in tutte e quattro le aste.

Tipo di asta	Pareto-efficienza	Informational rent
Inglese	Sì	$v_1 - v_2$
Vickrey	Sì	$v_1 - v_2$
Olandese e FPSB	Sì	$v_1 - \frac{n-1}{n}v_1 = \frac{1}{n}v_1$

Quale meccanismo d’asta produce il prezzo di vendita atteso più alto? La risposta è fornita dal **Revenue Equivalence Theorem** (RET).

RET:In ogni meccanismo d’asta efficiente e che assegna al *bidder* con valutazione più bassa una rendita nulla, il venditore ottiene lo stesso prezzo **atteso** di vendita.

Questo risultato stabilisce che le quattro aste da noi analizzate risultano equivalenti dal punto di vista del prezzo di vendita **atteso**.

Ciò non significa che i prezzi di vendita realizzati siano identici.

In particolare, in un'asta inglese o di Vickrey il prezzo di vendita sarà la seconda valutazione più elevata, mentre in un'asta olandese o FPSB sarà pari ad una certa funzione della valutazione più alta.