Lezione 2

Linguaggio degli insiemi e logica delle proposizioni

Il linguaggio degli insiemi

2.1 Una domanda per iniziare.

Conosci il significato di questi termini e simboli matematici?

- Insieme. Insieme vuoto. Sottoinsieme. Inclusione.
- Diagramma di Eulero-Venn. Intersezione. Unione. Insieme complementare. Differenza. Prodotto cartesiano.
- Relazione
- $\emptyset$ $\in$ $\notin$ $\subseteq$ $\supseteq$ $\subset$ $\supset$ $\cup$ $\cap$ $A \setminus B$ $C_A(B)$ $A \times B$

2.2 Insieme: termine primitivo, assunto cioè come noto, indica una qualunque collezione di oggetti che sono detti elementi dell'insieme. Si denota con una lettera maiuscola.

Come definire un insieme.

Per elencazione: l'insieme è definito elencandone gli elementi, l'ordine non ha importanza e ogni elemento compare una sola volta.
Un esempio: Insieme dei giorni della settimana *A* = {lunedì, mercoledì, martedì, giovedì, venerdì, domenica, sabato}.
Un insieme viene rappresentato per elencazione anche con uno schema grafico denominato di Eulero-Venn

Per proprietà caratteristica: l'insieme è definito enunciando una proprietà che è soddisfatta da tutti e soli gli elementi dell'insieme.
Un esempio: Insieme dei numeri naturali dispari, $D = \{x \in N | x = 2n + 1, n \in N\}$
L'insieme $C = \{1, 3, 5\}$ è un sottoinsieme dell'insieme *D* dei numeri naturali dispari nel senso che ogni elemento di *C* appartiene ad *D*:

In simboli
$\emptyset \rightarrow$ insieme vuoto, privo cioè di elementi
$\in \rightarrow$ appartiene *Esempio:* $2 \in N$
$\notin \rightarrow$ non appartiene *Esempio:* $-2 \notin N$
$\subseteq \rightarrow$ incluso (contenuto) *Esempio:* $C \subseteq D$ ogni elemento di *C* appartiene anche a *D*, l'insieme $C = \{1, 3, 5\}$ è incluso nell'insieme dei numeri naturali dispari D, è quindi un sottoinsieme di *D*.
$\subset \rightarrow$ incluso strettamente (contenuto strettamente) *Esempio:* $C \subset D$ ogni elemento di *C* appartiene a *D*, ma esiste almeno un elemento di *D* che non appartiene a *C*.
$\supseteq \rightarrow$ include (contiene) *Esempio:* $D \supseteq C$ ogni elemento di *C* appartiene anche a *D*, l'insieme $C = \{1, 3, 5\}$ è incluso nell'insieme dei numeri naturali dispari D.

$\supset$ → include strettamente (contiene strettamente) Esempio: $D \supset C$ ogni elemento di C appartiene a D, ma esiste almeno un elemento di D che non appartiene a C.
$\not\subset$ → non contenuto (non incluso)

Operazioni tra insiemi

2.2.1 Una domanda per iniziare

Se A è un sottoinsieme di B quali delle seguenti affermazioni sono vere?
a. $A \cup B = A$ b. $A \cup B = B$ c. $A \cap B = B$ d. $A \cap B = \emptyset$ e. $C_B(A) = \emptyset$

Unione ($\cup$) di due insieme è l'insieme degli elementi che appartengono ad almeno uno di essi cioè all'uno o all'altro degli insiemi: $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$
Esempio: $A = \{2,6,3,1,9\}$, $B = \{1,5,3\}$ → $A \cup B = \{1,2,3,5,6,9\}$.

Intersezione ($\cap$) di due insiemi è l'insieme degli elementi che appartengono ad entrambi gli insiemi cioè all'uno e all'altro degli insiemi: $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$.
Esempio: $A = \{2,6,3,1,9\}$, $B = \{1,5,3\}$ → $A \cap B = \{1,3\}$.

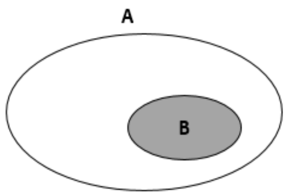
Se $A \cap B = \emptyset$ gli insiemi non hanno elementi in comune e si dicono disgiunti.

Differenza di due insieme A e B, **(**$A \setminus B$), è l'insieme degli elementi che appartengono al primo insieme ma non al secondo: $A \setminus B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$.
Esempio: $A = \{2,6,3,1,9\}$, $B = \{1,5,3\}$ → $A \setminus B = \{2,6,9\}$, $B \setminus A = \{5\}$.

Complementare di un sottoinsieme B di un insieme A, $\complement_A(B)$, è l'insieme costituito dagli elementi di A non appartenenti a B $B \subseteq A, \complement_A(B) = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$.
Esempio: $A = \{2,6,3,1,9\}$, $B = \{1,6,3\}$ → $\complement_A(B) = \{2,9\}$.

Esempio 2.2.2
$A = \{x \in R: 0 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x \in R: 2 \leq x < 5\}$,
$A \cap B = B$
$A \cup B = A$
$A \setminus B = \{x \in R: 0 \leq x < 2 \vee 5 \leq x \leq 10\}$,
$B \setminus A = \emptyset$
$\complement_A(B) = A \setminus B = \{x \in R: 0 \leq x < 2 \vee 5 \leq x \leq 10\}$

Risposta alla domanda 2.2.2
Se B è un sottoinsieme di A quali delle seguenti affermazioni sono vere?
a. $A \cup B = A$ b. $A \cup B = B$ c. $A \cap B = B$ d. $A \cap B = \emptyset$ e. $C_A(B) = \emptyset$



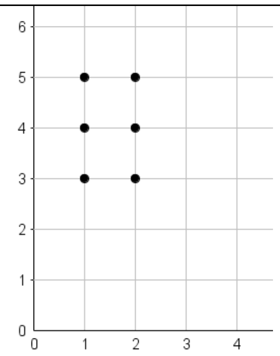
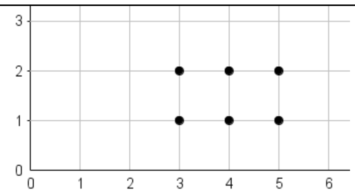
Proposizioni vere: a. $A \cup B = A$ e c. $A \cap B = B$

2.3 Prodotto cartesiano

Il prodotto cartesiano $A \times B$ fra due insieme è l'insieme delle **coppie ordinate** in cui il primo elemento appartiene ad A e il secondo appartiene a B ossia

$$A \times B = \{(a, b) \in A \wedge b \in B\}$$

Quesito

Esempio 2.3.1	
$A = \{1,2\} \quad B = \{3,4,5\}$	
$A \times B = \{(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5)\}$	$A \times B$ 
$B \times A = \{(3,1),(4,1),(5,1),(3,2),(4,2),(5,2)\}$	$B \times A$ 
$Osservazione\ importante$: $A \times B \neq B \times A$	

2.3.2 Relazione

Si dice relazione fra due insiemi A e B un sottoinsieme $\mathcal{R}$ del prodotto cartesiano $\mathcal{R} \subseteq A \times B$ quindi

$$(a,b) \in \mathcal{R} \Leftrightarrow a\mathcal{R}b$$

Esempio. Consideriamo i due insiemi $A = \{0,1,2\}$ e $B = \{3,4\}$ e il loro prodotto cartesiano $A \times B = \{(0,3),(0,4),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$. Il sottoinsieme $\mathcal{R}$ del loro prodotto cartesiano $\mathcal{R} = \{(1,3),(1,4),(1,5),(2,4)\}$ è la relazione "*essere multiplo*" che ad un elemento $x\epsilon A$ associa un elemento $y\epsilon B$ multiplo di x, si scrive $x\mathcal{R}y$.

Una relazione può essere definita anche assegnando un solo insieme, una relazione quindi di un insieme in sé stesso. Una relazione definita in un insieme A, $\mathcal{R} \subseteq A \times A$, può godere delle seguenti proprietà:

Riflessiva $\forall a \in A \quad (a,a) \in \mathcal{R}$
Simmetrica $\forall a,b \in A \quad (a,b) \in \mathcal{R} \Longrightarrow (b,a) \in \mathcal{R}$
Transitiva $\forall a,b,c \in A \quad (a,b) \in \mathcal{R} \wedge (b,c) \in \mathcal{R} \Longrightarrow (a,c) \in \mathcal{R}$

Se la relazione $\mathcal{R}$ definita nell'insieme A è riflessiva, simmetrica e transitiva si dice relazione d'equivalenza.

Esempi 2.3.3

1) $A = \{numeri\ reali\}$ se $\mathcal{R}$ ="*essere minore*" ossia $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a < b$
$\mathcal{R}$ non è riflessiva perché a non è mai minore di se stesso
$\mathcal{R}$ non è simmetrica perché se $a < b$ allora $b \nless a$
$\mathcal{R}$ è transitiva perché se $a < b$ e $b < c$ allora $a < c$, dipende dal fatto che l'insieme R è ordinato.

2) $A = \{studenti\ della\ classe\ 1°A\}$
$A \times A = \{tutte\ le\ coppie\ di\ studenti\ della\ classe\ 1°A\}$
La relazione $\mathcal{R}$ ="avere la stessa altezza" ossia $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a$ ha la stessa altezza di b è una relazione di equivalenza?

Verifichiamo se sono vere le tre proposizioni
$-\ \forall x \in A \quad x\mathcal{R}x$ cioè x ha la stessa altezza di se stesso. E' vera
$-\ \forall x, y \in A \quad x\mathcal{R}y$ cioè se x è alto come y, anche y è alto come x. E' vera
$-\ \forall x, y, z \in A \quad x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z$ cioè se x è alto come y e y è alto come z, allora x è alto come z. E' vera

Si conclude che R è una relazione di equivalenza.

Quesiti 2.3.4

1. Rappresenta la relazione R *"essere minore di"* tra gli insiemi A={1,4,7,9} e B={3,5,8}.

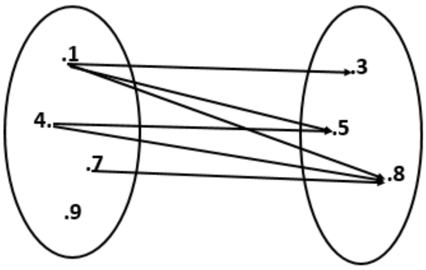
2. Rappresenta la relazione R "essere minore o eguale di" nell'insieme A={3,5,4,8}.

3. La relazione "essere parallele" nell'insieme delle rette del piano è una relazione di equivalenza?

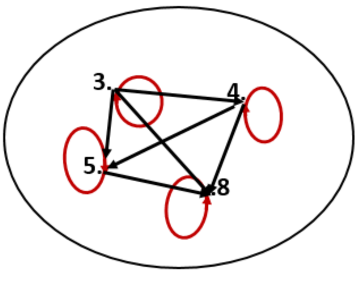
4. La relazione "essere perpendicolari" nell'insieme delle rette del piano è una relazione di equivalenza?

Soluzioni quesiti 2.3.4.

1. $R = \{(1,3), (1,5), (1,8), (4,5), (4,8), (7,8)\}$
   Le relazione può essere efficacemente rappresentata mediante diagrammi di Eulero-Venn in cui gli elementi che sono in relazione sono collegati da frecce.



2.



3. Si, il parallelismo tra rette è una relazione d'equivalenza perché è riflessiva ("*ogni retta è parallela a sé stessa*"), simmetrica e transitiva.
4. No, la perpendicolarità tra rette non è una relazione d'equivalenza perché gode della proprietà simmetrica ("*se r è perpendicolare a s allora s è perpendicolare a r*"), ma non delle proprietà riflessiva e transitiva.

2.4 Una domanda per iniziare.

Una domanda per iniziare: Conosci il significato di questi termini e simboli matematici?

- Proposizione. Negazione. Congiunzione. Disgiunzione.
- Implicazione. Doppia implicazione – Equivalenza logica.
- $\forall\ \exists\ \neg\ \wedge\ \vee \Rightarrow \Leftrightarrow$

2.4.1 Proposizioni matematiche, connettivi logici e quantificatori

Per proposizione matematica si intende una affermazione del linguaggio naturale cui è possibile attribuire uno solo dei valori di verità "vero" o "falso", se è possibile cioè dire che essa è vera oppure che essa è falsa.
Le frasi dichiarative e descrittive che esprimono situazioni di fatto sono proposizioni matematiche.
Esempi.
"Sta piovendo", "3 è un numero pari" e "Il gatto è un quadrupede" **sono proposizioni**.

Le frasi esclamative, interrogative e quelle che esprimono opinioni **non sono proposizioni**
"Il mare è bello", "Che buono!", "Cosa fai stasera?" e "È difficile studiare la matematica"

Le proposizioni si indicano con una lettera: P="tutti i numeri sono pari".

Nell'enunciare proposizioni matematiche si utilizzano espressioni come "esiste un" e "qualunque sia" denominati **quantificatori universali**.

Quantificatore esistenziale $\exists$:
la scrittura "$\exists x \in A$: " si legge "esiste un elemento x appartenente ad A tale che "

Quantificatore universale $\forall$:
la scrittura $\forall x \in A$ si legge "per ogni x appartenente ad A".

Connettivi logici

A partire da proposizioni elementari si possono creare proposizioni composte.
Esempi. "*Piove e fà freddo*", "*Studio o ascolto musica*", "*Piove e non fà freddo*".

I termini "*non*", negazione, "*e*", congiunzione, e "*o*", disgiunzione (non esclusiva) sono denominati connettivi logici e denotati con i seguenti simboli: *non* $\longrightarrow \neg$, *e* $\rightarrow \wedge$, *o* $\rightarrow \vee$.

I possibili valori di verità delle proposizioni sono descritti in tabelle dette di verità in cui V indica vero e F falso).

I valori di verità di proposizioni composte si determinano utilizzando questo tipo di tabelle.
Due proposizioni si dicono logicamente equivalenti se e solo se hanno gli stessi valori di verità.

A	*B*	
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Quantificatori universali

Quantificatore esistenziale $\exists$ ($\exists x \in A$: esiste un elemento x che appartiene ad A)

Quantificatore universale ∀ ($\forall x \in A$: per ogni x appartenente ad A)

Negazione

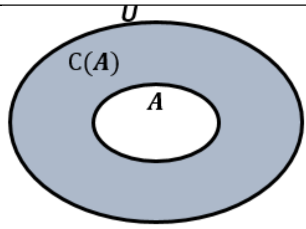
$A =$ "*essere un numero naturale pari*"
$\neg A =$ "*non essere un numero naturale pari*"

Tabella di verità della negazione:

A	$\neg A$
F	**V**
V	**F**

Il connettivo della negazione è concettualmente collegato alla complementarità di un sottoinsieme rispetto all'insieme che lo contiene.

$$\neg \quad \leftrightarrow \quad C_U(A)$$



Congiunzione

$A =$ "*essere un numero naturale pari*"
$B =$ "*essere un numero naturale quadrato perfetto*"
$A \wedge B =$ "*essere un numero naturale pari e quadrato perfetto*"

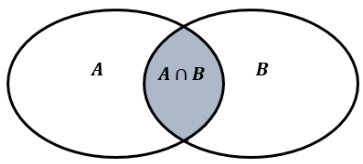
Tabella di verità della congiunzione.

Una congiunzione di proposizioni è vera solo se lo sono le proposizioni elementari che la compongono.

A	B	$A \wedge B$
F	F	**F**
F	V	**F**
V	F	**F**
V	V	**V**

La congiunzione è concettualmente collegata all'intersezione di insiemi.
$A = \{numeri\ naturali\ pari\} = \{0,2,4, \ldots ,2n, \ldots\}$
$B = \{quadrati\ perfetti\} = \{0,4,9, \ldots ,16, n^2, \ldots\}$
$A \cap B$
$= \{numeri\ naturali\ pari\ e\ quadrati\ perfetti\}$
$= \{0,4,16, \ldots , (2n)^2, \ldots\}$

$$A \wedge B \quad \leftrightarrow \quad A \cap B$$



Disgiunzione inclusiva

$A =$ "*essere un numero naturale pari*"
$B =$ "*essere un numero naturale quadrato perfetto*"
$A \vee B =$ "*essere un numero naturale pari o un quadrato perfetto*"

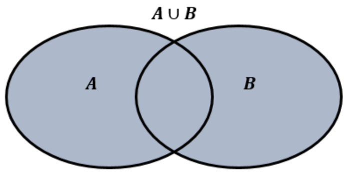
Tabella di verità della disgiunzione inclusiva.

Una disgiunzione di proposizioni è vera se lo è almeno una delle proposizioni elementari che la compongono.

A	B	$A \vee B$
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

$A = \{numeri\ naturali\ pari\} = \{0,2,4,\dots,2n,\dots\}$
$B = \{quadrati\ perfetti\} = \{0,4,9,\dots,16,n^2,\dots\}$
$A \cup B$
$= \{numeri\ naturali\ pari\ o\ quadrati\ perfetti\}$
$= \{0,2,4,6,8,9,10,\dots\}$

$$A \vee B \quad \leftrightarrow \quad A \cup B$$



Osservazione: Da notare che esiste anche un disgiunzione di tipo esclusivo ad esempio "Resto in casa a studiare o esco con gli amici" in cui la disgiunzione "o" ha il senso dell' "aut" latino in cui le due opzioni sono alternative. Nella lingua italiana la "o" è utilizzata sia in senso esclusivo, con le proposizioni elementari considerate alternative, sia in senso inclusivo in cui esse sono considerate come possibilità di cui l'una non escluda l'altra.
Il linguaggio matematico non consente invece questo tipo di ambiguità.

Implicazione

Un esempio di implicazione è la famosa affermazione di Aristotele "*tutti gli uomini sono mortali*"

$A =$ "*essere* uomo"
$B =$ "*essere* mortale"
$A \Longrightarrow B =$ "*essere uomini implica essere mortali* "

Da notare che l'affermazione di Aristotele non esclude il fatto che ci siano mortali che non siano uomini.

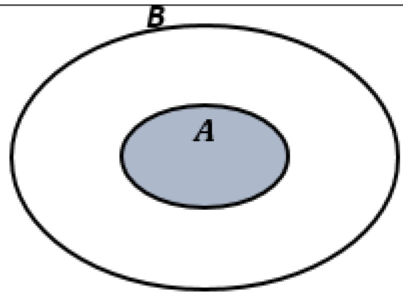
Enunciati equivalenti dell'implicazione:

$A \Longrightarrow B \iff$ "se A allora B"
$A \Longrightarrow B \iff$ "è *sufficiente* che sia vera A affinché sia vera B
$A \Longrightarrow B \iff$ "B è *necessariamente vera se* A è *vera* "
$A \Longrightarrow B \iff$ "A è *condizione sufficiente* per B
$A \Longrightarrow B \iff$ "B *condizione necessariamente per* A "

Tabella di verità dell'implicazione

L'implicazione è falsa solo nel caso in cui dalla verità di A consegua la falsità di B.
In altri termini un'implicazione vera esclude la

A	B	$A \Longrightarrow B$
F	F	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V

possibilità che dalla verità della proposizione antecedente, la premessa, derivi la falsità della proposizione conseguente, la conseguenza.	
$A = \{numeri\ naturali\}$ $B = \{numeri\ razionali\}$ $A \Longrightarrow B \quad \leftrightarrow \quad A \subset B$	 $\boldsymbol{A \subset B}$

Equivalenza logica - Coimplicazione

Se l’implicazione vale anche in entrambi i versi ($A \Longrightarrow B\ \wedge\ B \Longrightarrow A$) le due proposizioni si dicono logicamente equivalenti e si scrive $A \Longleftrightarrow B$.
I diversi enunciati dell’equivalenza logica A$\Longleftrightarrow B$.

- *“se A allora B e se B allora A”*
- *"A è vera se e solo se lo è B”*
- *"B è vera se e solo se lo è A”*
- *"A è condizione necessaria e sufficiente per B”*
- *"B è condizione necessaria e sufficiente per A”*

2.4.2 Teoremi, implicazione e dimostrazione

In matematica per teorema si intende un enunciato per il quali esiste una dimostrazione a partire da proposizioni date per vere, gli assiomi. Gli enunciati dei teoremi hanno la struttura dell’implicazione in cui la proposizione antecedente è detta ipotesi e la conseguente tesi: I$potesi \;\Longrightarrow\; Tesi$ cioè “se I$potesi$ allora $Tesi$”.
Esempio. Enunciato del teorema di Pitagora: “*In un triangolo rettangolo, la somma dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente al quadrato costruito sull’ipotenusa.*
Utilizzando il “se ….allora” l’enunciato diventa: “**Se** *un triangolo è rettangolo* **allora** *la somma dei quadrati costruiti sui cateti è equivalente al quadrato costruito sull’ipotenusa”. In questa forma l’ipotesi e la tesi sono ben distinte e facilmente riconoscibili.*

Quesito 2.4.2
Analizzato l’enunciato del seguente teorema di geometria: *“Angoli opposti al vertice sono congruenti”*

a. riscrivilo nella forma “se…..allora…..”;
b. riscrivilo nella forma dell’implicazione;
c. individua ipotesi e tesi del teorema;
d. individua le condizioni sufficiente e necessaria;
e. scrivi l’enunciato inverso cioè l’enunciato che si ottiene dal teorema scambiando l’ipotesi con la tesi;
f. cerca di stabilire se l’enunciato inverso è vero oppure è falso.

Dimostrazione

Per dimostrazione si intende la concatenazione di ragionamenti logici che, partendo da una ipotesi, conduce necessariamente a una tesi.
In matematica esistono diverse tipologie di dimostrazione.
La più utilizzata è la cosiddetta dimostrazione diretta che consiste in una concatenazione di implicazioni che a partire dall'ipotesi, oltre che dagli assiomi e da teoremi precedentemente dimostrati, conducono alla tesi.

Esempi 2.4.2
Dimostrazione diretta
Teorema. *"Ogni numero naturale multiplo di 4 è multiplo di 2"*

Ipotesi: $n, m \in N \ \wedge n \ = m \cdot 4$ *Tesi:* $\exists \ p \in N \wedge n \ = p \cdot 2$

Dimostrazione: $n = m \cdot 4 \Rightarrow n = m \cdot (2 \cdot 2) \Rightarrow n = (m \cdot 2) \cdot 2 \Rightarrow n = p \cdot 2$.

Di altra tipologia sono le dimostrazioni per assurdo, in cui negando la tesi si giunge ad una contraddizione che convalida la tesi stessa, e le dimostrazioni per induzione matematica utilizzate per dimostrare che una data proprietà vale per un numero infinito di casi.

Importante anche il metodo del controesempio con il quale si dimostra la falsità di una affermazione generale esibendo un caso particolare, appunto il controesempio, per il quale l'affermazione risulta falsa.

Controesempio

Dimostrazione della falsità dell'enunciato "Se due angoli sono uguali allora sono opposti al vertice" (Punto f del quesito 2.4.2)

Come controesempio si può considerare il caso degli angoli alla base di un triangolo isoscele essi sono uguali ma non sono opposti al vertice in quanto hanno vertici distinti

Quesiti 2.4.3

1. Quale tra le seguenti proposizioni è falsa?
   a. La Francia è in Europa o la Cina è in Europa
   b. La Francia è in Asia o la Cina è in Asia
   c. La Francia è in Europa o la Cina è in Asia
   d. La Francia è in Asia o la Cina è in Europa

2. Scegliere le proposizioni equivalenti alla proposizione "Se sei bergamasco allora tifi per l'Atalanta"
   a. "Condizione necessaria per essere bergamasco è tifare per l'Atalanta"
   b. "Essere tifoso dell'Atalanta non implica essere bergamasco"
   c. "Essere bergamasco è condizione sufficiente per essere tifoso dell'Atalanta"

d. "Condizione sufficiente per essere bergamasco è tifare per l'Atalanta"

3. Scegliere la proposizione equivalente alla proposizione "Se un numero è divisibile per 10 allora è pari"

a. "Condizione necessaria perché un numero sia pari è che sia divisibile per 10"
b. "Condizione sufficiente perché un numero sia pari è che sia divisibile per 10"
c. "Essere un numero pari è condizione sufficiente per essere divisibile per 10"
d. "Essere un numero pari implica essere divisibile per 10"

4. L'affermazione "A nessun studente piacciono tutte le materie" equivale a dire:

a. C'è uno studente a cui piacciono tutte le materie
b. C'è una materia che piace a tutti gli studenti
c. Ad ogni studente non piace almeno una materia
d. A qualche studente piacciono tutte le materie

5. Scegliere la proposizione equivalente alla proposizione "in ogni momento c'è qualcuno che canta".

a. "Qualcuno non canta mai"
b. "In almeno un momento c'è qualcuno che canta"
c. "Non esiste un momento in cui non ci sia nessuno che canta"
d. "C'è qualcuno che canta sempre"

6. L'affermazione "A nessun studente piacciono tutte le materie" equivale a dire:

a. C'è uno studente a cui piacciono tutte le materie
b. C'è una materia che piace a tutti gli studenti
c. Ad ogni studente non piace almeno una materia
d. A qualche studente piacciono tutte le materie

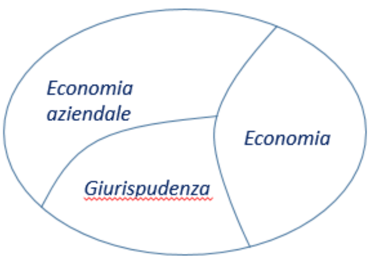
7. "*Se m e n sono multipli di 3 allora anche m + n è multiplo di 3.*"

a. La proposizione è vera o falsa ?
b. Sai darne una dimostrazione ?

8. Aldo, Bruno e Carlo sono tre persone indiziate di reato. Si sa che uno solo è colpevole, Aldo o Bruno sono colpevoli, Bruno o Carlo sono colpevoli. Chi è il colpevole?

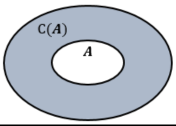
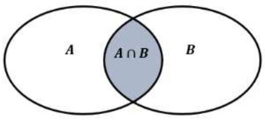
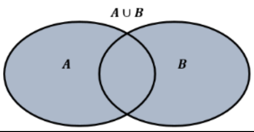
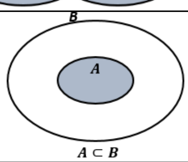
Immagini e Concetti

Partizione di un insieme e relazione di equivalenza (RST: Riflessiva **S**immetrica **T**ransitiva)



La relazione d'equivalenza "*essere studente dello stesso corso di laurea*" determina, nell'insieme degli studenti di una sede universitaria, una sua **partizione in classi di equivalenza**.

Operatori insiemistici e operatori logici

	Operazioni tra insiemi		Operazioni tra proposizioni	
	**Complemento**	$C(A)$	**Negazione**	$\neg A$
	**Intersezione**	$A \cap B$	**Congiunzione**	$A \wedge B$
	**Unione**	$A \cup B$	**Disgiunzione**	$A \vee B$
	**Inclusione**	$A \Longrightarrow B$	**Implicazione**	$A \subset B$

Gli insiemi sono definiti da una proprietà caratteristica, cioè da una proposizione.
Ciò stabilisce una forte connessione concettuale tra gli operatori insiemistici e quelli logici.