ESERCIZI 01 - INSIEMI NUMERICI

1. Per calcolare il valore dell'espressione $\sqrt{x^2-2xy+y^2}+x$ per $x=2$ e $y=3$ si propongono qui di seguito due procedimenti con due risultati differenti. Scegliere il risultato corretto e spiegare perché.
   a) $\sqrt{x^2-2xy+y^2}+x=\sqrt{4-12+9}+2=1+2=3$
   b) $\sqrt{x^2-2xy+y^2}+x=\sqrt{(x-y)^2}+x=x-y+x=2x-y=1$

2. Se per risolvere l'equazione $\sqrt{x+1}=-x$ si propone il seguente ragionamento: "il primo membro è sempre non negativo; l'espressione al secondo membro è sempre negativa, quindi l'equazione non ha soluzione".
   Il ragionamento è corretto? Se no, dov'è l'errore?

3. Sia P un punto sull'asse delle ascisse e siano A e B le intersezioni con l'asse delle ascisse e con l'asse delle ordinate della retta di equazione $y=2x-2$. Esprimere in funzione di x l'area del triangolo APB.

4. Risolvere le seguenti equazioni
   a) $|1-x|=x$
   b) $\sqrt{(x-1)^2}=x+2$
   c) $\left|\sqrt{x}-1\right|=1-x$

5. Sapendo che il modulo di un numero complesso è $|a+ib|=\sqrt{a^2+b^2}$, calcolare le seguenti espressioni nel campo complesso.

   a) $|2+3i|$, b) $|2.5+16.3i|$, c) $\left|(1+2i)^3\right|$

6. Determinarne l'estremo superiore, l'estremo inferiore e, se esistono, il massimo e il minimo dei seguenti insiemi:
   a) $A=\left\{x\in \mathbb{R} : x=\dfrac{1}{n+1} \wedge n\in \mathbb{N}\right\}$
   b) $A=\left\{x\in \mathbb{R} : x=\dfrac{n-1}{n} \wedge n\in \mathbb{N}_0\right\}$
   c) $A=\left\{x\in R : x=\ln\dfrac{1}{n} \wedge n\in N_0\right\}$
   d) $A=\{x\in \mathbb{R} : 1< x\leq 3 \vee 5< x< 7 \vee x=8\}$

7. Per ognuna delle seguenti funzioni, dopo averne disegnato il grafico, determinare l'insieme immagine e di questo l'estremo superiore, l'estremo inferiore e, se esistono, il massimo e il minimo:
   a) $f(x)=3x-1$ nell'intervallo $X=(0,4)$
   b) $f(x)=x^2-2x$ nell'intervallo $X=(0,+\infty)$
   c) $f(x)=e^x+1$ in R
   d) $f(x)=\ln(x)$ nell'intervallo $X=(0,1]$
   e) $f(x)=\ln(x+2)$ nell'intervallo $X=(0,+\infty)$
   f) $f(x)=\dfrac{1}{x-3}$ nell'intervallo $X=(3,4)$.