

ESERCIZI 03 – FUNZIONE INVERSA, FUNZIONE COMPOSTA, TOPOLOGIA E DEFINIZIONE DI LIMITE

1. Date le seguenti funzioni definite in \mathbb{R} , determinare un insieme A dove sono invertibili e disegnarne il grafico a partire da quello di f .

a. $f(x) = x^3 - 1$

b. $f(x) = (x-1)^4$

c. $f(x) = |x+2| - 1$

d. $f(x) = x^3 - 2x^2$

e. $f(x) = \begin{cases} -x+1 & x \geq 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases}$

2. Date le seguenti coppie di funzioni scrivere le funzioni composte $g \circ f$ e $f \circ g$ determinandone il dominio

a. $f(x) = x^3 - 1$ e $g(x) = \log_2 x$

b. $f(x) = x^3 - 1$ e $g(x) = \sqrt{x}$

c. $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = \log_2 x$

d. $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = \sqrt{x}$

e. $f(x) = x^2 - 1$ e $g(x) = \frac{1}{x}$

3. Dati i seguenti insiemi determinare:

a) l'insieme dei punti interni;

b) l'insieme dei punti di frontiera;

c) l'insieme dei punti di accumulazione.

a. $A = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 2\} \cup \{4, 7\}$

b. $A = \{y \in \mathbb{R} : y = x^2, x \in \mathbb{N}\}$

c. $A = \{x \in \mathbb{R} : (-1 \leq x < 2 \vee x > h) \wedge h > 2\}$

d. $A = \{x \in \mathbb{R} : (-1 \leq x < 2 \vee x < h) \wedge h < -1\}$

e. $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x_1 < 3 \wedge 0 < x_2 \leq 4\}$

f. $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 < 4 \wedge x_2 > 0\}$

g. $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 4 \wedge x_1 \geq 0 \wedge x_2 \geq 0\}$

h. $A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : x_2 > x_1^2 + 5x_1 + 6 \wedge x_1 > 0\}$

4. Verificare i seguenti limiti usando la definizione.

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-4}{x-2} = 2$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1) = 5$

c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+2x}{6x-5} = \frac{1}{3}$

d. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 - 1} = -\infty$

e. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - 3x) = +\infty$