

ESERCIZI 04.2 – CALCOLO DI LIMITI E CONTINUITA'

1. Verificare che $f(x)$ e $g(x)$ sono infinitesimi per $x \rightarrow x_0$.

Quindi determinare se per $x \rightarrow x_0$: $f(x)$ e $g(x)$ sono infinitesimi dello stesso ordine oppure $f(x)$ è infinitesimo di ordine superiore o inferiore a $g(x)$.

a. $f(x) = (x-1)^{1/2}$, $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ per $x \rightarrow 1$

b. $f(x) = (x-1)^{-1/2}$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$ per $x \rightarrow +\infty$

c. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-x^2}}$, $g(x) = \frac{1}{x}$ per $x \rightarrow +\infty$

d. $f(x) = (x^2-1)(x^2-4x)$, $g(x) = x^3+1$ per $x \rightarrow -1$

e. $f(x) = x^3+2x^2-2x-1$, $g(x) = 2x^2+4x-6$ per $x \rightarrow 1$

f. $f(x) = x^3-x^2+2x-2$, $g(x) = x^3-1$ per $x \rightarrow 1$

g. $f(x) = x^3-x^2+2x-2$, $g(x) = x^4-1$ per $x \rightarrow 1$

2. Studiare la continuità delle seguenti funzioni nel loro dominio e nei punti di frontiera.

a. $f(x) = \ln(1+x^2)$

b. $f(x) = \frac{x^2+|x|-2}{|x-1|}$

c. $f(x) = e^{\frac{1}{x+1}}$

d. $f(x) = x \ln \frac{1}{x^2}$

e. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x-1|} & \text{se } 0 < x \leq 4 \\ e^{-x} & \text{se } -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$

f. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2-1)}{(x+1)^2} & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ (x-1)^{x^2-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

3. Determinare se le discontinuità delle seguenti funzioni:

a. $f(x) = \frac{x^2+x+2}{|x-1|}$

b. $f(x) = \frac{1}{1-2^{\frac{x+3}{x}}}$

c. $f(x) = \frac{1-x}{2x^2-x-1}$

d. $f(x) = \frac{|1-4x|}{4x-1}$