**ESERCIZI 05 – CONTINUITA’ E DERIVABILITA’**

1. Date le seguenti funzioni determinare se sono verificate le ipotesi dei teoremi di Weierstrass e Darboux nell’intervallo indicato e, nel caso siano applicabili, determinare la/le controimmagini dei valori *y*0 indicati ossia il/i valori di *x* per cui .

**Soluzioni**

* 1.    
     *f* è continua per ogni   
     . I valori di *x* per cui  sono quindi .
  2.   
     *f* è continua per ogni   
     .  
      ma . I valori di *x* per cui  sono quindi .
  3.   
     *f* è continua per ogni   
     . Il valore di *x* per cui  è quindi .
  4.   
     *f* è continua per ogni   
     . I valori di *x* per cui  sono quindi .

1. Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni, nei punti assegnati come limite per  del rapporto incrementale .
   1. 
   2. 
   3. 
   4. 
   5. 
   6. 

**Soluzioni**

* 1.   
     
  2.   
     
  3.   
     
  4.   
     
  5.   
     
  6.   
     

1. Calcolare le derivate prime delle seguenti funzioni utilizzando le regole di derivazione.
   1. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.498?OpenElement&FieldElemFormat=gif
   2. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.E14?OpenElement&FieldElemFormat=gif
   3. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.18CC?OpenElement&FieldElemFormat=gif
   4. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.235E?OpenElement&FieldElemFormat=gif
   5. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.2CFA?OpenElement&FieldElemFormat=gif

**Soluzioni**

1. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.498?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.4DD4?OpenElement&FieldElemFormat=gif
2. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.E14?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.5756?OpenElement&FieldElemFormat=gif
3. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.18CC?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.636C?OpenElement&FieldElemFormat=gif
4. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.235E?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.7222?OpenElement&FieldElemFormat=gif
5. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.2CFA?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668536/Content/0.7F1C?OpenElement&FieldElemFormat=gif
6. Determinare, se possibile, le equazioni delle rette tangenti alle seguenti funzioni, nei punti assegnati.
7. , *x* = 0, *x* = 3/2, *x* = 3
8.  , *x* =  1, *x* = 0, *x* = 4
9. , *x* =  1, *x* = 0, *x* = 1

**Soluzioni**

1. ,   
     
   *x* = 0:  ;

*x* = 3/2:  ;   
*x* = 3:  .

1. ,   
     
   *x* = - 1: ;  
   *x* = 0: non esiste retta tangente in *x* = 0 poichè la funzione non è definita in tale punto;  
   *x* = 4: .
2. ,   
     
   *x* = - 1: ;  
   *x* = 0: ;  
   *x* = 1: .
3. Studiare la continuità e la derivabilità delle seguenti funzioni:

**Soluzioni**

1. ,   
   *f* è continua per ogni *x* reale e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =0 poiché .
2.   
     
   *f* è continua per ogni  e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =0 poiché .
3. ,   
   *f* è continua per ogni  e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =1 poiché  e non è derivabile per *x* =-1 poiché 
4. ,   
   *f* è continua per ogni *x* reale e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =0 poiché.
5. ,   
   *f* è continua e derivabile per .
6. ,   
   *f* è continua ogni *x* reale e derivabile per ogni *x* reale; infatti per *x* =0

*  quindi  quindi *f* è continua.
*  quindi *f* è derivabile.

1.  e 

  
*f* è continua per ogni *x* reale e derivabile per ; infatti per *x* =1

 quindi *f* non è derivabile.

1.   
   *f* è continua ogni *x* reale e derivabile per ; infatti

,

e per *x* =1,2 si ha  quindi *f* non è derivabile.

1. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.576?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.49A6?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = 1 ove presenta un punto angoloso.
2. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.11F8?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
     
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.547C?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = - 1 ove presenta un punto a tangente verticale destra.
3. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.1C10?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
    http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.604A?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e presenta in *x* = - 2 un punto di discontinuità non eleiminabile; la funzione è inoltre derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = 0 ove presenta un punto angoloso.
4. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.25B6?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.6E06?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e presenta in *x* = 1 un punto di discontinuità di 2^ specie; la funzione è inoltre derivabile per ogni *x* appartenente al dominio.
5. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.30EA?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.7BF2?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e presenta in *x* = 1 e in *x* = 2 punti di discontinuità non eliminabile; la funzione è inoltre derivabile per ogni *x* appartenente al dominio.
6. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.3D66?OpenElement&FieldElemFormat=gif  
   http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668537/Content/0.8A0A?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = 0 ove presenta un punto angoloso.
7. Analizzare gli eventuali punti di non derivabilità delle seguenti funzioni distinguendo se si tratta di punti angolosi, cuspidi o punti di flesso a tangente verticale:
   1. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.50E?OpenElement&FieldElemFormat=gif
   2. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.FC6?OpenElement&FieldElemFormat=gif
   3. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.1D7E?OpenElement&FieldElemFormat=gif
   4. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.29CE?OpenElement&FieldElemFormat=gif

http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.33A4?OpenElement&FieldElemFormat=gif

**Soluzioni**

* 1. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.50E?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *x* = 0 *x* = 2 sono punti angolosi.
  2. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.FC6?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *x* = 0 è punto angoloso.
  3. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.1D7E?OpenElement&FieldElemFormat=gif. La funzione è derivabile per ogni *x* reale.
  4. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.29CE?OpenElement&FieldElemFormat=gif*,x* = 0 è punto angoloso.
  5. http://elearning.unibg.it/migrationlms/ecomigration.nsf/4ececee275af912885256886006cd8d2/c1257045003ead5441256f4600668534/Content/0.33A4?OpenElement&FieldElemFormat=gif, *x* = 1 + punto di cuspide.