**ESERCIZI 05 – CONTINUITA’ E DERIVABILITA’**

1. Date le seguenti funzioni determinare se sono verificate le ipotesi dei teoremi di Weierstrass e Darboux nell’intervallo indicato e, nel caso siano applicabili, determinare la/le controimmagini dei valori *y*0 indicati ossia il/i valori di *x* per cui .

**Soluzioni**

* 1. 
	*f* è continua per ogni 
	. I valori di *x* per cui  sono quindi .
	2. 
	*f* è continua per ogni 
	.
	 ma . I valori di *x* per cui  sono quindi .
	3. 
	*f* è continua per ogni 
	. Il valore di *x* per cui  è quindi .
	4. 
	*f* è continua per ogni 
	. I valori di *x* per cui  sono quindi .
1. Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni, nei punti assegnati come limite per  del rapporto incrementale .
	1. 
	2. 
	3. 
	4. 
	5. 
	6. 

**Soluzioni**

* 1. 
	
	2. 
	
	3. 
	
	4. 
	
	5. 
	
	6. 
	
1. Calcolare le derivate prime delle seguenti funzioni utilizzando le regole di derivazione.
	1. 
	2. 
	3. 
	4. 
	5. 

**Soluzioni**

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. Determinare, se possibile, le equazioni delle rette tangenti alle seguenti funzioni, nei punti assegnati.
7. , *x* = 0, *x* = 3/2, *x* = 3
8.  , *x* =  1, *x* = 0, *x* = 4
9. , *x* =  1, *x* = 0, *x* = 1

**Soluzioni**

1. ,

*x* = 0:  ;

*x* = 3/2:  ;
*x* = 3:  .

1. ,

*x* = - 1: ;
*x* = 0: non esiste retta tangente in *x* = 0 poichè la funzione non è definita in tale punto;
*x* = 4: .
2. ,

*x* = - 1: ;
*x* = 0: ;
*x* = 1: .
3. Studiare la continuità e la derivabilità delle seguenti funzioni:

**Soluzioni**

1. , 
*f* è continua per ogni *x* reale e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =0 poiché .
2. 

*f* è continua per ogni  e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =0 poiché .
3. , 
*f* è continua per ogni  e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =1 poiché  e non è derivabile per *x* =-1 poiché 
4. , 
*f* è continua per ogni *x* reale e derivabile per ; infatti non è derivabile per *x* =0 poiché.
5. , 
*f* è continua e derivabile per .
6. , 
*f* è continua ogni *x* reale e derivabile per ogni *x* reale; infatti per *x* =0
*  quindi  quindi *f* è continua.
*  quindi *f* è derivabile.
1.  e 


*f* è continua per ogni *x* reale e derivabile per ; infatti per *x* =1

 quindi *f* non è derivabile.

1. 
*f* è continua ogni *x* reale e derivabile per ; infatti

,

e per *x* =1,2 si ha  quindi *f* non è derivabile.

1. 
, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = 1 ove presenta un punto angoloso.
2. 

, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = - 1 ove presenta un punto a tangente verticale destra.
3. 
 , *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e presenta in *x* = - 2 un punto di discontinuità non eleiminabile; la funzione è inoltre derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = 0 ove presenta un punto angoloso.
4. 
, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e presenta in *x* = 1 un punto di discontinuità di 2^ specie; la funzione è inoltre derivabile per ogni *x* appartenente al dominio.
5. 
, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e presenta in *x* = 1 e in *x* = 2 punti di discontinuità non eliminabile; la funzione è inoltre derivabile per ogni *x* appartenente al dominio.
6. 
, *f*(*x*) è continua per ogni *x* appartenente al dominio e derivabile per ogni *x* appartenente al dominio escluso *x* = 0 ove presenta un punto angoloso.
7. Analizzare gli eventuali punti di non derivabilità delle seguenti funzioni distinguendo se si tratta di punti angolosi, cuspidi o punti di flesso a tangente verticale:
	1. 
	2. 
	3. 
	4. 

 

**Soluzioni**

* 1. , *x* = 0 *x* = 2 sono punti angolosi.
	2. , *x* = 0 è punto angoloso.
	3. . La funzione è derivabile per ogni *x* reale.
	4. *,x* = 0 è punto angoloso.
	5. , *x* = 1 + punto di cuspide.